Preconditioning in Faseveld modellen

Faseveld modellen zijn partiële differentiaal vergelijkingen die gebruikt worden in materiaalkunde en computer imaging. Ze beschrijven een dynamisch systeem dat bestaat uit een stuksgewijs constante oplossingen die gescheiden worden door diffuse grenslagen.
De partiële differentiaal vergelijking bestaat uit een lineaire diffusie operator en niet lineaire reactie termen. De vaste punten worden beschreven door

$$\mathcal{F}(u) = \Delta u(x,y) + \epsilon u(x,y)(1 - u(x,y)^2) = 0 \tag{1}$$

met periodische of gemengde randvoorwaarden. De parameter ϵ staat in verband met de dikte van de diffuse grenslaag. Er zijn verschillende reactietermen mogelijk.
De oplossingsmethode gebruikt Newton iteraties waarbij een schatting $u^{(n)}$ verbeterd wordt

$$u^{(n+1)} = u^{(n)} + \Delta u^{(n+1)} \tag{2}$$

Bij elke Newton correctie stap moet een linear stelsel opgelost worden

$$J(u^{(n)}(x,y))\Delta u^{(n+1)} = -\mathcal{F}(u^{(n)}) \tag{3}$$

waarbij $J(u^{(n)}(x,y))$ de Jacobiaan is van F.
Voor realistische problemen maakt men gebruik van iteratieve methoden om het stelsel van Newton correcties op te lossen. Maar de eigenschappen van de de Jacobiaan hangen af van de huidige schatting $u^{(n)}$ en dit kan sterk verschillen tijdens de Newton iteraties. Het spectrum van de Jacobiaan kan zowel positief definiet als indefiniet zijn. Het doel is om een robuste methode te vinden die werkt voor alle mogelijke huidige schattingen.
Doelstelling: Numerieke analyse van de verschillende preconditioning technieken voor faseveld problemen. We vergelijken methoden uit recent onderzoek en de literatuur. We evalueren de voorstellen op model problemen.
Voorkennis: Iteratieve methoden voor stelsels, numeriek oplossen van partiële differentiaal vergelijkingen, matlab, c++ (keuze vak in Ma2)
Contact: Wim Vanroose, Nico Schlömer.

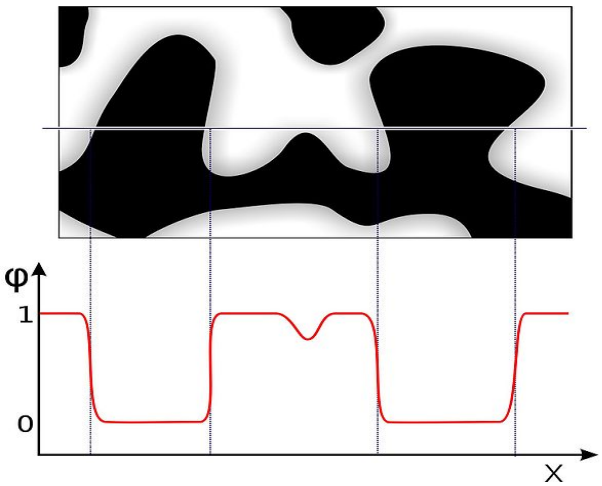

fig: voorbeeld van een faseveld (image wikipedia)