STUDIECENTRUM VOOR ECONOMISCH EN SOCIAAL ONDERZOEK

Beoordeling van investeringsprojekten
Schets van een globaal analysekader

Aviel VERBRUGGEN
Nicole NELEN
Ingrid VAN KERCKHOVE

Rapport 86/194

Mei 1986

Met dank aan E. Laveren (UFSIA), M. Jegers (RUCA) en de collega's van het SESO voor de interessante opmerkingen en vragen om verduidelijking bij een vorige versie.

Universitaire Faculteiten St.-Ignatius
Prinsstraat 13 - B-2000 Antwerpen

D/1986/1169/12

Abstract

De bedoeling van de tekst is een algemeen kader te schetsen waarbinnen investeringsanalyses kunnen uitgevoerd worden. Bij een investeringsanalyse is vergelijkbaarheid van bedragen noodzakelijk. De waarde van een geldsom is afhankelijk van het tijdstip van beschikbaarheid, de koopkracht op dat ogenblik en de zekerheid waaronder ze realiseerbaar is. Geldstromen zijn pas vergelijkbaar indien ze in elk van deze dimensies uniform zijn.
Bedragen beschikbaar op verschillende tijdstippen worden op gelijke noemer gebracht door middel van actualisatie. Op gebied van koopkracht moet men een strikte scheiding maken tussen reeksen in reële en reeksen in nominale grootheden. Om resultaten met verschillende mate van onzekerheid vergelijkbaar te maken, bestaan er technieken waarvan een aantal elementaire concepten hier worden beschreven.
In appendix worden een aantal prijsreeksen gegeven, bedoeld als hulpmiddel voor controle van voorbije en aan de gang zijnde projekten en als basis voor voorspellingen van prijstrends.

INHOUD

Inleiding

I. Tijd

I.1 Toekomst gerichtheid van een investeringsbeslissing

I.2 Elementen van financiële algebra en het gelijkwaardigheidsprincipe van het geld

2.1 Samengestelde intrestfactor

2.2 Actualisatie

2.3 Annuïteiten - Delgingsfactor

2.4 Gelijkwaardigheidsprincipe van geld

2.5 Verbruikerskrediet

I.3 Criteria van projektbeoordeling

3.1 Criteria zonder rekening te houden met de tijdswaarde van het geld

- Payback of terugverdientijd (TVT)

3.2 Criteria die rekening houden met de tijdswaarde van het geld

- Netto-contante waarde (NCW) of Net Present Value (NPV)
- Interne rendement of internal rate return (IRR)

3.3 Break-even prijs

3.4 Moeilijkheden bij toepassing van de verschillende investeringscriteria

- NPV versus IRR bij de keuze tussen elkaar uitsluitende projekten
- het schaalprobleem
- probleem van de niet-additiviteit bij de IRR-methode

I.4 Het belang van het element TIJD in projektanalyse

4.1 Dynamische ontwikkeling

4.2 Het probleem van ongelijke levensduur van projekten

- het kleinste gemeen veelvoud van de levensduur van de alternatieve projekten
- de equivalente jaarlijkse kasstromen (EJK)
- gekapitaliseerde kasstromen (K)

4.3 Actualisatie en tijdshorizon

II. Inflatie

II.1 Nominale en reële intrest

II.2 Reële en nominale grootheden

2.1 Niet-neutraliteit van inflatie

2.2 Analyse van toekomstige projekten

2.3 Calculatie in constante prijzen en in lopende prijzen toegepast op een annuïteitslening

2.4 Impact van een foutieve analyse op het resultaat. Reëel voorbeeld

III. Onzekerheid

III.1 Verhoging van de actualisatievoet met een risicofactor

III.2 Statische analyse : de beslissingstabel

2.1 De uitkomstentabel en de verliestabel

2.2 Het minimax-criterium

2.3 De rekenkundig gemiddelde waarde of het rekenkundig gemiddelde opportuniteitsverlies

2.4 De gebeurtenis met de grootste kans

2.5 De verwachte netto-waarde

2.6 Het verwachte opportuniteitsverlies (expected opportunity loss)

2.7 De verwachte waarde van perfecte informatie

III.3 Dynamische analyse : de beslissingsboom

III.4 Risicopreferentie van de beslissingsnemer

Appendix : Inflatie-indices

Bibliografie

Inleiding

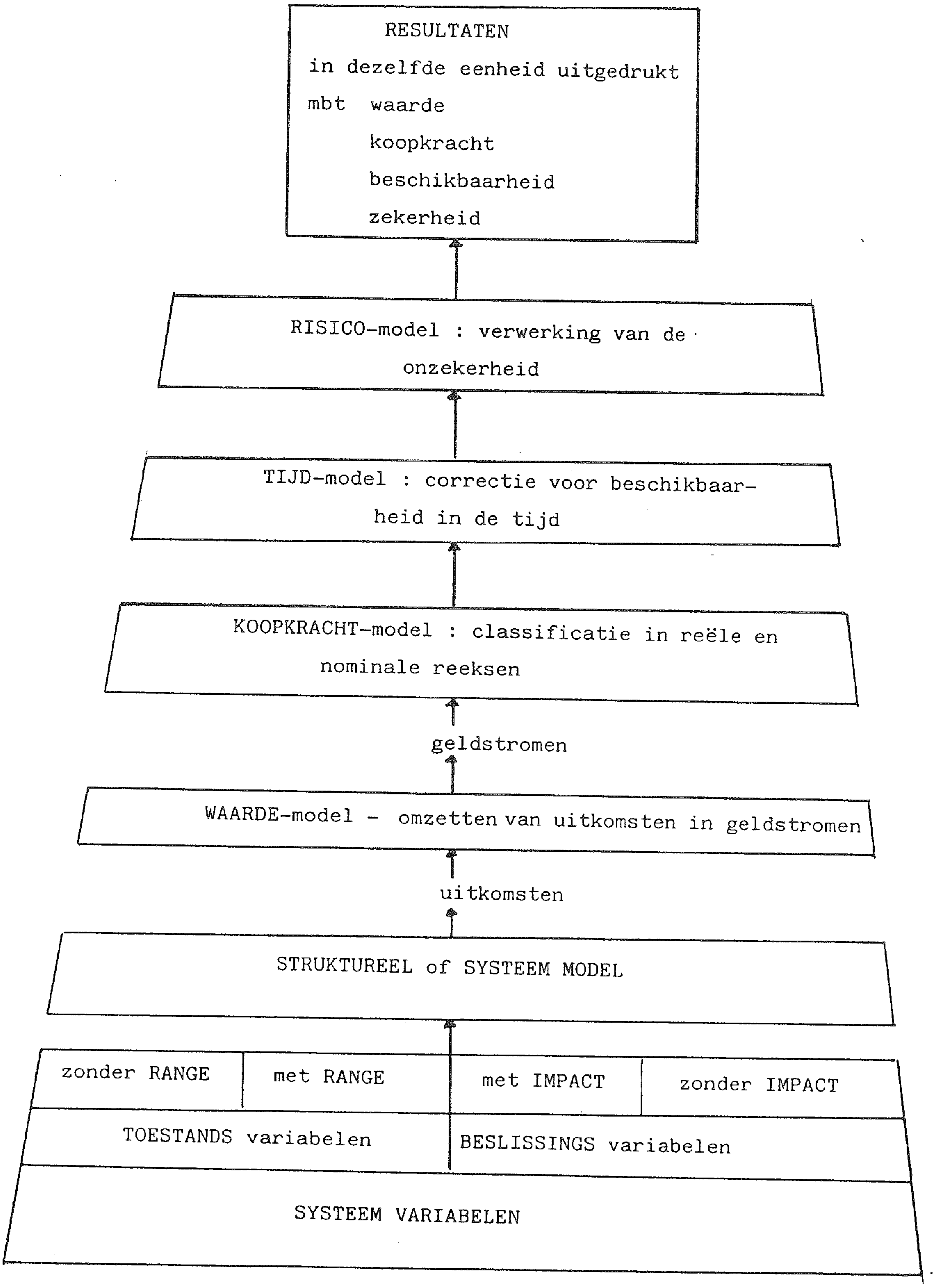
De toekomst wordt bepaald door realisaties van het verleden en door beslissingen in het heden. In de meest diverse omstandigheden worden projecten opgezet en moeten investeringsbeslissingen genomen worden door bv. gezinnen m.b.t. huisvesting, ondernemingen m.b.t. produktiecapaciteiten, overheidsinstanties m.b.t. infrastruktuurvoorzieningen.

In deze tekst wordt een algemeen kader geschetst waarin de investeringsbeslissingen kunnen geanalyseerd worden. We menen dat dergelijk referentiekader moet uitgetekend worden voor dat men zich verdiept in specifieke technische problemen.

Het kader is nodig om belangrijke, in de praktijk veelvuldig voorkomende, fouten tegen de vergelijkbaarheid van bedragen te vermijden. De waarde van een toekomstige geldsom is funktie van het tijdstip waarop ze beschikbaar is, van de koopkracht ervan op dat ogenblik, en van de zekerheid waarmee ze realiseerbaar is. Geldstromen die in één van deze dimensies onderling verschillen, kunnen niet bij mekaar opgeteld worden, zijn niet direkt vergelijkbaar. De techniek van projectanalyse komt voor een groot deel neer op het uniformiseren van toekomstige kasstromen tot onderling vergelijkbare grootheden.

Figuur 1 bevat een overzicht van de opeenvolgende stappen van een projectanalyse. Deze omvat twee grote luiken. Eerst wordt het projekt in modelvorm gegoten (struktureel of systeemmodel). Een min of meer gedetailleerd technisch plan wordt verrijkt met schattingen van de erbij horende kosten en opbrengsten. Voor belangrijke projecten kan dit werk uitmonden in omvangrijke en gesofistikeerde mathematische modellen. Omdat een project naar de toekomst verwijst is het nuttig een soepel model op te stellen waarmee de sensitiviteit van de uitkomsten t.o.v. veranderingen in de beïnvloedende variabelen kan gemeten worden.

Figuur 1 : Schema van een projectanalyse



In figuur 1 worden de systeemvariabelen in twee groepen ingedeeld. De toestandvariabelen geven de gebeurtenissen weer waarop de beslissingnemer geen of slechts geringe vat heeft. Met behulp van sensitiviteitsonderzoek kan men nagaan of variatie in deze variabelen de uitkomsten van het model al dan niet sterk beïnvloedt. Zijn de uitkomsten gevoelig voor de variatie dan is het opnemen van een range van mogelijke gebeurtenissen (elk met hun eigen kans op voorkomen) geraden. In het tegenovergestelde geval kan men de toestandvariabele een unieke waarde (met kans gelijk aan 1) toekennen. De beslissingsvariabelen beschrijven de akties die de beslissingnemer kan ondernemen om een gewenst resultaat te bereiken. Analoog met hierboven kan een sensitiviteitsonderzoek aangeven welke akties de uitkomsten sterk bepalen en welke akties eerder zonder impakt blijven op de uitkomsten. Men zal de aandacht natuurlijk toespitsen op de eerste groep van beslissingsvariabelen.

De uitkomsten zijn ofwel eenvoudig meetbare grootheden (bv. geldstromen, fysische stromen) ofwel kwalitatieve resultaten (bv. woonkomfort, klantendienstbetoon, vermindering van wachttijden in het verkeer, enz...)

Het tweede grote luik van een projectanalyse begint bij de uitkomsten van het systeemmodel. Deze uitkomsten moeten onderling vergeleken worden om een keuze te kunnen maken uit alternatieve investeringsbeslissingen. Voor het bereiken van voldoende vergelijkbaarheid van de uitkomsten zijn transformaties noodzakelijk. Deze transformaties in 4 groepen onderscheiden worden in figuur 1 aangeduid als waarde, koopkracht, tijd en risico model.

Het waarde model transformeert uitkomsten in eenzelfde, kwantitatief meetbare, grootheid. Doorgaans worden de uitkomsten omgezet in geldstromen omdat het geld het enige gangbare algemeen equivalent vormt. In belangrijke studies maakt men soms een onderscheid tussen monetaire resultaten en kwalitatieve gevolgen die men niet kwantificeert. Men verplaatst hier de waarderingsopdracht van de studiefase naar de beoordelingsfase. Hoe dan ook, de uitkomsten worden impliciet of expliciet, tegen mekaar afgewogen bij een konkrete keuze.

De geldstromen met toekomstige projecten verbonden zijn meestal niet direct vergelijkbaar. Het is aangewezen ze steeds te inspecteren op hun koopkracht, beschikbaarheid en zekerheid. De inflatie verandert de koopkrachtwaarde van een geldbedrag. Een bedrag zou een ticket moeten dragen met het niveau van de prijzen (bv. index van de kleinhandelsprijzen) waarin het uitgedrukt is.

Los van het probleem van de inflatie bepaalt de datum waarop geldbedragen beschikbaar komen of moeten zijn, hun eigenlijke waarde. Een tweede ticket zou de datum van beschikbaarheid van het betreffende bedrag vermelden.

Een geldbedrag in de toekomst wordt over het algemeen minder waardevol geacht dan een geldbedrag vandaag. Deze waardering is de reden dat er een markt bestaat voor lenen en ontlenen, en dat men actualiseert met een positieve actualisatievoet. Wanneer het uitkomsten van een project betreft die niet op éénvoudige wijze in geld te vertalen zijn (bv. milieugoederen) wordt actualisatie met een positieve voet meer in vraag gesteld. We denken dat de oplossing er hier in bestaat toch te actualiseren. Om de toenemende waarde van de schaarser wordende milieugoederen uit te drukken kan men een postieve groeivoet (eventueel groter dan de actualisatievoet) toekennen aan de waarde van deze goederen.

Ten slotte is en blijft de toekomst per definitie onzeker. Maar niet iedere beslissing genereert dezelfde onzekerheid. In de beleggingswereld is de afweging van lagere en zekerder opbrengsten versus hogere en riskantere opbrengsten een klassiek vraagstuk. De transformatie van diverse onzekere resultaten naar een vergelijkbare noemer is technisch mogelijk, maar wordt weinig toegepast omdat het nog weinig gekend is. In essentie zal men een onzekere uitkomst (bv. 50 % kans op 0 en 50 % kans op + 1000 als resultaat) omzetten in zijn zekerheidsequivalent, d.i. een vast bedrag zo bepaald dat de beslissingsnemer onverschillig is tussen dit bedrag en de onzekere uitkomst. Wanneer de beslissingnemer ongevoelig is voor risico zal het zekerheidsequivalent gelijk zijn aan de verwachte waarde (+ 500 in hoger vermeld voorbeeld); schuwt hij risico dan zal hij minder dan + 500 in de hand verkiezen boven de onzekere uitkomst.

De twee beschreven luiken van een projectstudie, ontwerpmodel en kasstroom-analyse, vereisen de nodige aandacht van een beslissingnemer. Het creëren van een ontwerp, de modellering en modelimplementatie ervan worden dikwijls doorgespeeld naar een technische dienst of R & D departement, terwijl van de managers verwacht wordt dat ze de beste beslissing selekteren uit een reeks van uitkomsten. Beide luiken van een projektstudie bevatten aspekten van creativiteit, intuïtie en technische verwerking, zodat de uiteindelijke beslissingnemer zijn inzichten en preferenties in beide luiken moet inbouwen. De praktijk om modelbouw en modelgebruik exclusief toe te vertrouwen aan een groep van deskundigen leidt tot wederzijdse frustraties van zowel deze groep als van de beslissingnemer.

In deze tekst wordt niet ingegaan op het luik modelbouw. Ook het opstellen en gebruik van een waarde-model wordt niet nader belicht. Alleen de drie resterende transformaties die de geldstromen moeten ondergaan om onderling vergelijkbare resultaten te bekomen worden in de drie hoofdstukken van deze tekst behandeld. In hoofdstuk I wordt de beschikbaarheid in de tijd besproken. Actualisatie is het middel om bedragen uniform qua beschikbaarheid te maken. Hoofdstuk II gaat nader in op het probleem van de inflatie Een strikte indeling tussen reeksen in reële en nominale prijzen is hier aangewezen. In hoofdstuk III worden een aantal elementaire concepten voor de behandeling van de onzekerheid aangeboden. Grondiger werk op dit vlak valt buiten het kader van deze inleidende tekst.
In appendix worden een aantal prijsreeksen weergegeven. Deze concrete informatie is bedoeld als hulpmiddel bij het controleren van voorbije of aan de gang zijnde projecten, en als basis bij het voorspellen van toekomstige prijstrends.

I. Tijd

I.1. Toekomstgerichtheid van een investeringsbeslissing

Een investering is gericht op realisaties in de toekomst, meestal gesitueerd op meerdere tijdstippen. Ten gevolge van een investeringsbeslissing nu ontstaan gedurende een periode van meestal verschillende jaren uitgaven- en inkomstenstromen. Wanneer men een analyse van een investeringsprojekt wil maken kan men de bedragen gesitueerd in verschillend jaren niet zomaar vergelijken en optellen. Onafgezien van de inflatie is de waarde van het geld onderhevig aan een tijdsvoorkeur. Deze is subjectief. Ieder hecht een bepaalde waarde aan het ogenblik van beschikbaarheid van geld en de daarmee gepaard gaande gebruiksmogelijkheden. Normaal beschikt men liever nu over economische goederen dan in de toekomst. Men zal 1000 fr nu hoger waarderen dan 1000 fr een jaar later. Dit verklaart dat mensen bereid zijn intresten te betalen om nu over een bepaald bedrag te kunnen beschikken door middel van een lening.

Wanneer men voor een projektanalyse de toekomstige kasstromen wil bepalen moet men de fysische geldstromen beschouwen, d.w.z. de reëel binnenkomende en buitengaande kasstromen. Het heeft enkel zin een tijdswaarde aan het geld toe te kennen wanneer men de uitgaven (inkomsten) in rekening brengt op het ogenblik dat zij effectief verricht (geïnd) worden.

Enkel kasstromen ontstaan ten gevolge van de uitvoering van het projekt worden in de analyse opgenomen. Zij moeten zo nauwkeurig mogelijk zonder dubbeltellingen geschat worden. Hierbij dient vooral de interactie van het projekt met andere realisaties of plannen scherp ontleed te worden.

1.2 Elementen van financiële algebra en het gelijkwaardigheidsprincipe van het geld

Een aantal begrippen van financiële algebra zijn noodzakelijk om berekeningen in investeringsanalyses uit te voeren. Daarom hier een overzicht van enkele nuttige formules.

2.1 Samengestelde intrestfactor

Beschouw een bedrag B dat wordt belegd tegen een jaarlijkse intrest van i %. Wanneer de intrest jaarlijks bij het belegde kapitaal B wordt gevoegd, groeit het kapitaal volgens het volgende schema :

jaar	kapitaal
0	B
1	$B + i.B = B(1+i)$
2	$B\ (1+i) + i\left[B(1+i)\right] = B(1+i)(1+i) = B(1+i)^2$
3	$B(1+i)^2 + i\left[B(1+i)^2\right] = B(1+i)^2(1+i) = B(1+i)^3$
⋮	
n	$B(1+i)^{n-1} + i\left[B(1+i)^{n-1}\right] = B(1+i)^{n-1}(1+i) = B(1+i)^n$

De gekapitaliseerde waarde van een bedrag B, belegd tegen intrestvoet van i % is na n jaar gelijk aan $B(1+i)^n$.
De formule van de samengestelde intrest is $(1+i)^n-1$. De opbouw van de formule wordt verduidelijkt d.m.v. een tijdsas.

Tijd	0	1	2	3	... n-1	n
Waarde 1 fr belegd in jaar 0	1	$1+i$	$(1+i)(1+i)$ ‖ $(1+i)^2$	$(1+i)^2(1+i)$ ‖ $(1+i)^3$	$(1+i)^{n-1}$	$(1+i)^n$

Na n jaar is de waarde van 1 fr gelijk aan $1(1+i)^n$ fr.
Deze formule geldt voor wanneer er jaarlijks wordt samengesteld. Men kan meerdere malen per jaar samenstellen. Stel dat het jaar in p periodes wordt verdeeld en dat na iedere periode de intrest wordt verrekend. De jaarlijkse intrest noemen we de nominale intrest op jaarbasis i_n. Per periode moeten we een intrest $\frac{i_n}{p}$ aanrekenen. We willen nu berekenen wat onze werkelijke opbrengst is na één jaar d.i. de effectieve intrest i_e.

Dit halen we uit de volgende vergelijking :

$$B(1+i_e) = B(1+\frac{i_n}{p})^p$$

$$i_e = (1+ \frac{i_n}{p})^p - 1$$

De effectieve intrest stijgt naarmate het aantal perioden dat men samengesteld stijgt .

Voorbeeld

$i_n = 10\ \%$	i_e
$p = 2$	$(1 + \frac{.10}{2})^2 - 1 = 10{,}25\ \%$
$p = 6$	$(1 + \frac{.10}{6})^6 - 1 = 10{,}43\ \%$
$p = 12$	$(1 + \frac{.10}{12})^{12} - 1 = 10{,}47\ \%$
$p = \infty$	$\lim_{p \to \infty} (1 + \frac{.10}{p})^p - 1 = e^{.10} - 1 = 10{,}52\ \%$

We berekenen nu de waarde van een bedrag B na n jaar, belegd tegen een jaarlijkse intrestvoet van i_n % en samengesteld in p perioden.

$$T_n = B \; \left(1 + \frac{i_n}{p}\right)^n$$

$$= B \; \left(1 + \frac{i_n}{p}\right)^{np}$$

$\left(1 + \frac{i_n}{p}\right)^{np}$ noemt men de samengestelde intrestfactor.

2.2 Actualisatie

In de eerste paragraaf werd de tijdsvoorkeur voor geld besproken. Bedragen beschikbaar in de toekomst zijn minder waard dan bedragen beschikbaar vandaag. Om bedragen die op verschillende momenten beschikbaar zijn met mekaar te kunnen vergelijken en er bewerkingen mee te kunnen uitvoeren, moeten ze teruggebracht worden naar 1 referentie-ogenblik. Bedragen in de toekomst uitdrukken in beschikbare waarde van het referentie-ogenblik noemt men actualiseren. Hiervoor moet men het bedrag vermenigvuldigen met de actualisatiefactor : $\frac{1}{(1 + a)^n}$

De formule is gebaseerd op de veronderstelling dat de waarde van 1 fr toeneemt volgens een meetkundige reeks, kenmerkend voor samengestelde intresten, met rede per tijdseenheid (1 + a), a zijnde de actualisatievoet (1). Omgekeerd zal 1 fr gesitueerd op n jaren van heden een nu beschikbare waarde hebben gelijk aan : $\frac{1}{(1 + a)^n}$

Met een tijdsas kunnen we dit als volgt uitdrukken :

Tijd	0	1	...	n-2	n-1	n
Waarde 1 fr beschikbaar in jaar n	$\frac{1}{(1+a)^n}$	$\frac{1}{(1+a)^{n-1}}$	...	$\frac{1}{(1+a)^2}$	$\frac{1}{(1+a)}$	1

(1) Hoewel men a meestal constant houdt voor alle komende jaren is er geen principieel bezwaar tegen verschillende waarden van de acutalisatievoet :

$$\prod_{j=1}^{n} \frac{1}{[1+a(j)]^j}$$ is dan de actualisatiefactor van jaar j

<u>Voorbeeld</u>

Actualisatievoet = 6 %

Referentieogenblik = 1/1/1985

Een bedrag van 10 000 fr per 1/1/1990 heeft per 1/1/1985 de volgende waarde

$$10\ 000 \text{ fr} \times \frac{1}{(1.06)^5} = \underline{7\ 473 \text{ fr}}$$

Hierbij valt op te merken dat het hier <u>niet</u> gaat over waardevermindering ten gevolge van inflatie. Dit probleem komt later aan bod. Actualisatie drukt enkel de tijdsvoorkeur uit die men heeft voor het ogenblik van beschikbaarheid van het geld.

2.3 Annuïteiten - Delgingsfactor

Een bedrag B beschikbaar op tijdstip 0 kan omgezet worden in equivalente jaarlijkse grootheden of annuïteiten A, d.w.z. een reeks van n gelijke bedragen A, die aan het einde van iedere subperiode optreden. Het bedrag A wordt zo berekend dat de kasstromen van de n gelijke bedragen geactualiseerd naar tijdstip 0 gelijk is aan B.

$$B = A \left(\frac{1}{1+a} + \frac{1}{(1+a)^2} + \ldots\ldots + \frac{1}{(1+a)^n} \right)$$

$$= A \left(\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{(1+a)^j} \right)$$

$$= A \left(\frac{(1+a)^n - 1}{a\,(1+a)^n} \right)$$

Hieruit volgt dat $A = B \dfrac{a(1+a)^n}{(1+a)^n - 1}$

$$= B \frac{a}{1 - \dfrac{1}{(1+a)^n}}$$

$= B \times$ delgingsfactor

We berekenen de annuïteiten voor het voorbeeld in § 2.2 voor de periode van 1/1/85 tot 1/1/90 .

B = 7 473 fr per 1/1/85 (a = 6 %)

$$A = 7\ 473 \text{ fr} \cdot \frac{0.6}{1 - \frac{1}{(1.06)^5}}$$

$$= 1\ 774 \text{ fr}$$

2.4. Gelijkwaardigheidprincipe van geld

De tijdsvoorkeur die de mensen hebben, maakt dat een bedrag nu hoger gewaardeerd wordt dan eenzelfde bedrag in de toekomst. Het voorbeeld in § 2.2 toonde dat 10 000 fr per 1/1/1990 een waarde heeft gelijk aan 7 473 fr per 1/1/1985 voor een actualisatievoet van 6 %. M.a.w. een bedrag nu wordt op gelijke voet gesteld met een groter bedrag in de toekomst. Hierop steunt het gelijkwaardigheidsprincipe van het geld. Dit principe wordt bevestigd in de toepassing op leningen.

We bespreken hier twee soorten leningen : een obligatielening (bv. staatslening) en een annuïteitenlening (bv. hypothecaire lening)
Bij een obligatielening wordt jaarlijks de intrestlast betaald, het laatste jaar vermeerderd met de aflossing van de hoofdsom. Stel een bedrag B wordt ontleend tegen een intrestvoet van i %, terug te betalen na n jaar. Schematisch stellen we de intrestlasten en terugbetaling als volgt voor :

Tijdstip	0	1	2	....	n
Aflossing		iB	iB	....	iB + B

We actualiseren deze kasstroom met een actualisatievoet gelijk aan de intrestvoet (i %) :

$$\frac{iB}{1+i} + \frac{iB}{(1+i)^2} + \ldots\ldots + \frac{iB}{(1+i)^n} + \frac{B}{(1+i)^n}$$

$$= iB \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{1}{(1+i)^j} \right) + \frac{B}{(1+i)^n}$$

$$= iB \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i\ (1+i)^n} \right) + \frac{B}{(1+i)^n}$$

$$= B$$

Dit toont aan dat de kasstromen over de n jaar gespreid gelijkwaardig zijn met de hoofdsom beschikbaar op tijdstip 0.

Bij een annuïteitenlening worden de intrestlasten en de aflossing van de hoofdsom omgezet in n gelijke jaarlijkse bedragen (annuïteiten).

Schematisch :

Tijdstip	0	1	2	....	n
Aflossing		A	A	....	A

Om het bedrag A te bepalen passen we de annuïteitenformule toe uit § 2.3. met de actualisatievoet gelijk aan de intrestvoet (i %).

$$A = B \times \frac{1}{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}$$

Deze 2 leningen illustreren het gelijkwaardigheidsprincipe van geld dat zegt dat de volgende 4 kasstromen evenveel waard zijn:

Tabel I.1: Equivalentie van geldbedragen

	tijdstip	0	1	2	....	n
kasstroom	1	B				
	2		iB	iB	....	iB + B
	3		A	A	....	A
	4					T

De laatste kasstroom T op tijdstip n is de gekapitaliseerde waarde van bedrag B nl. $T = B(1+i)^n$ ofwel B x samengestelde intrestfactor.

Ruim gesteld kan men zeggen dat de hoofdsom gelijk gesteld wordt aan om het even welke verdeling van het bedrag over de tijd, zolang de som van de geactualiseerde bedragen gelijk is aan de hoofdsom.

Voorbeeld

Uit het voorbeeld in § 2.2 berekenden we (a = 6 %)

B = 7 473 fr per 1/1/'85

T = 10 000 fr per 1/1/'90

A = 1 774 fr per 1/1/ van de vijfjarige periode 1985 tot 1990

iB = .06 (7 473fr) = 448 fr

Schematisch kunnen we dit in een tabel voorstellen

Tabel I.2. : Equivalentie van geldbedragen. Voorbeeld

Beschikbaarheid van geldstromen per 1 jaar	1985	1986	1987	1988	1989	1990
Hoofdsom	7 473	0	0	0	0	0
=						
intrest+aflossing		448	448	448	448	7 921
=						
annuïteiten		1 774	1 774	1 774	1 774	1 774
=						
gekapitaliseerde waarde	0	0	0	0	0	10 000

2.5. Verbruikerskrediet

Een speciale formule is het verbruikerskrediet. Hier spreekt men van een kostenpercentage per maand, bv. 0,55 % of 0,60 %.

Stel : H = hoofdsom

n = aantal maanden

A = maandelijkse terugbetaling

i_m = maandelijkse intrestlast zoals men het opgeeft.

De maandelijkse bijdrage wordt als volgt berekend :

$$A = \frac{H}{n} + H \times i_m$$

= aflossing hoofdsom + intrest

Hoe moet men dit nu vergelijken met een jaarlijkse opbrengstvoet ?

Neem als voorbeeld H = 200 000

n = 36 (3jaar)

$i_m = 0,75$ %

De maandelijkse betaling is gelijk aan :

$$A = \frac{200\ 000}{36} + 200\ 000 \times 0,0075 = 7\ 056$$

We stellen A gelijk aan een mensualiteit (zoals een annuïteit) en zoeken de intrestvoet uit de vergelijking ;

$$7\ 056 = 200\ 000 \ \frac{i_m\ (1+i_m)^{36}}{(1+i_m)^{36} - 1} \qquad \text{(=delgingsfactor)}$$

We vinden een intrestvoet van 1,354 % per maand. Om nu de jaarlijkse intrestvoet te berekenen moeten we ermee rekening houden dat 12 keer wordt samengesteld. We passen de theorie uit §2.2 toe. We zoeken hier de effectieve intrest (i_e) met $\frac{i_n}{p}$ = 1,354 %.

$$i_e = (1 + 0,01354)^{12} - 1$$

$$= 0,175$$

De jaarlijkse intrestvoet is 17,5 %.

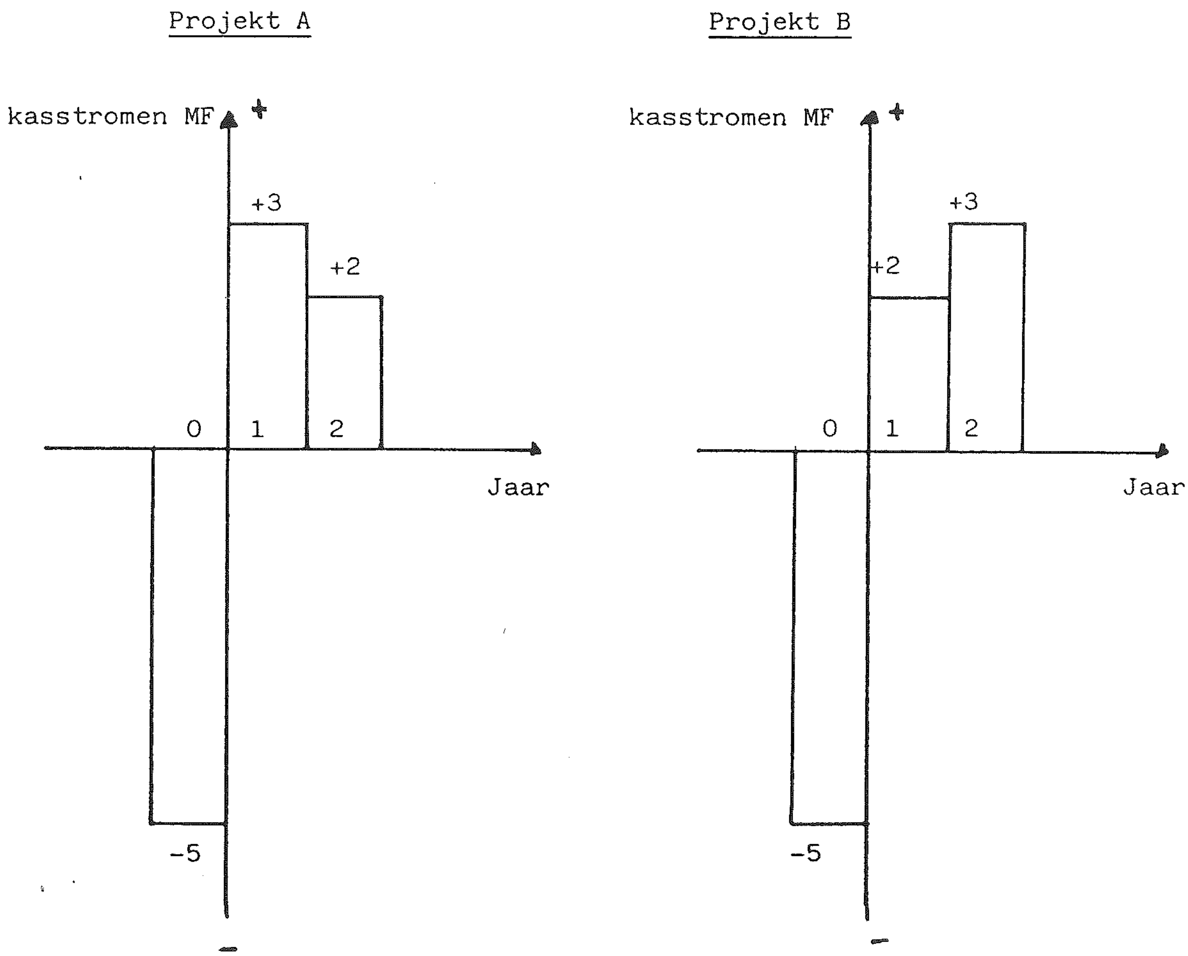
I.3. Criteria van projektbeoordeling

3.1. Criteria zonder rekening te houden met de tijdswaarde van het geld.

Pay-back of terugverdientijd (T.V.T)

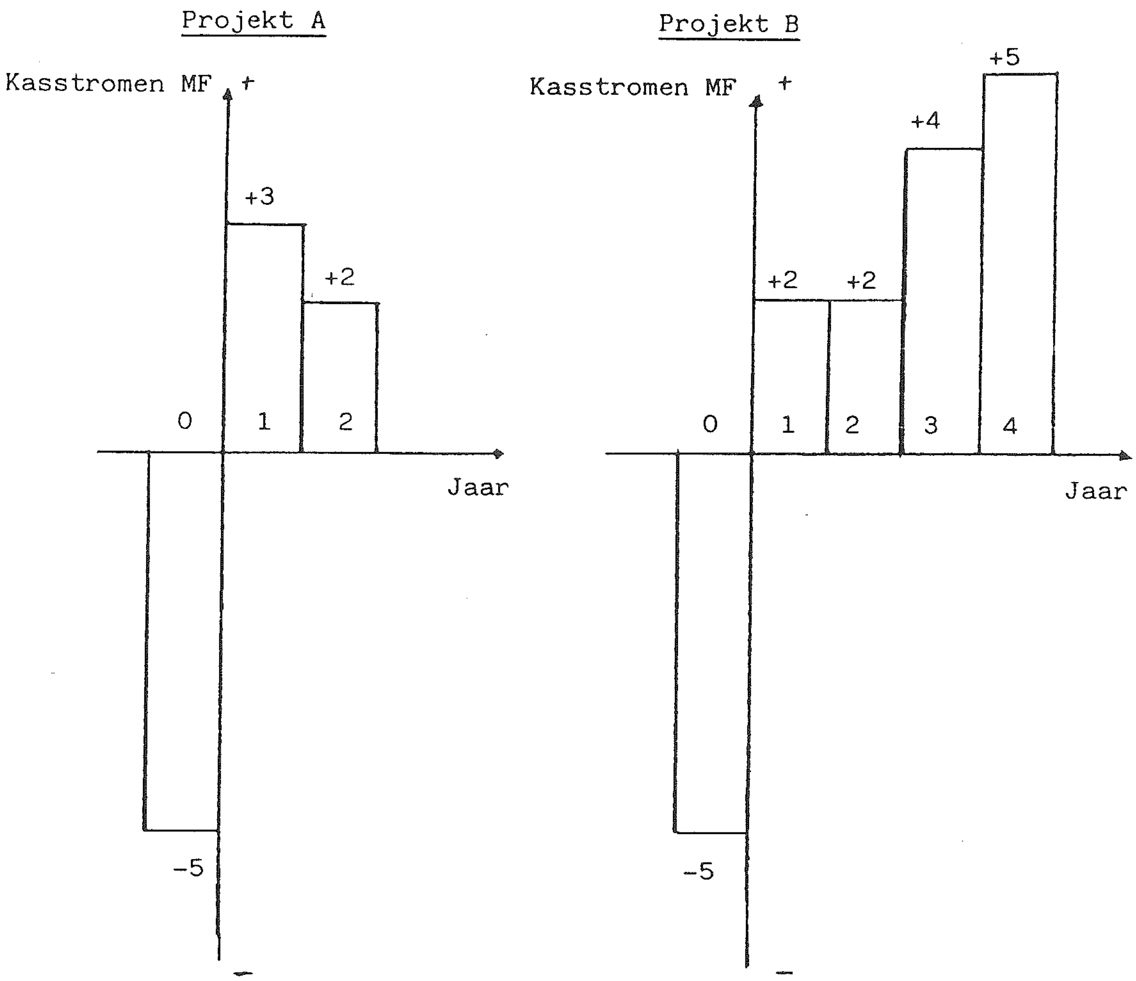
De pay-back is de tijd die nodig is om het geïnvesteerde bedrag terug te verdienen. Deze TVT wordt vergeleken met een vastgestelde TVT en indien de TVT van het projekt kleiner is dan de opgelegde norm, wordt het projekt aanvaard. Tegen dit criterium zijn meerdere bezwaren. Er wordt bv. geen rekening gehouden met de tijdswaarde van het geld. Alle kosten en baten over verschillende jaren worden opgeteld tot de som 0 is. Een ander nadeel is dat er geen rekening wordt gehouden met de netto-baten die gerealiseerd worden na de berekende TVT. Door deze werkwijze worden projekten die hun grootste baten realiseren in de verdere toekomst benadeeld. Deze nadelen worden geïllustreerd in de volgende figuren.

Voorbeeld 1



Volgens het TVT-criterium worden beide projekten gelijk beoordeeld (pay-back is 2 jaar voor A en B). Wanneer men rekening houdt met de tijdswaarde van het geld is projekt A beter dan projekt B. Bedragen in de nabije toekomst worden hoger gewaardeerd dan bedragen verder in de toekomst en vermits A zijn grootste positieve kasstromen in het eerste jaar genereert is dit project beter.

Voorbeeld 2



In voorbeeld 2 is de TVT van projekt A (2 jaar) kleiner dan de pay-back van projekt B (3 jaar). Het TVT criterium duidt A aan als het gunstigste projekt. Er wordt geen rekening gehouden met de grote positieve kasstromen die B realiseert in het 3de en het 4de jaar. Wanneer de tijdsvoorkeur (actualisatievoet) van de beslissingsnemer niet overdreven hoog is, blijkt echter B het beste projekt te zijn.
Het TVT-criterium kan dienen als ruwe maatstaf voor de snelheid waarmee de onzekerheid over de rendabiliteit van een projekt opgeheven wordt. Een korte TVT laat toe vlug te weten of het projekt al of niet succesvol is, zodat TVT bijzonder nuttig is als secundair criterium.

3.2. Criteria die rekening houden met de tijdswaarde van het geld

Netto-contante waarde (NCW) of Net Present Value (NPV)

Om bedragen beschikbaar in verschillende jaren vergelijkbaar te maken, worden de kasstromen van het projekt geactualiseerd naar het jaar van de begininvestering. Het verschil tussen geactualiseerde baten en kosten is de netto contante waarde van het projekt. De keuze van de actualisatievoet blijft een punt van diskussie. O.i. drukt deze voet best alleen de reële tijdsvoorkeur uit. Andere factoren zoals inflatie, risico, kapitaalkost, e.d. moeten expliciet behandeld worden. Wel is het zo dat in perfekte kapitaalmarkten de sociale tijdsvoorkeur gelijk is aan de marktprijs van kapitaal (d.i. de intrestvoet) en dat in reële bedrijfssituaties de actualisatievoet minstens gelijk is aan de marginale kost van het kapitaal (d.w.z. aan de reële rentevoet waaraan bijkomende fondsen moeten verworven, respectievelijk kunnen belegd worden). Rekening houdend met voorgaande opmerking is de gebruikte actualisatievoet in een bedrijfssituatie minstens zo groot als de minimum rendabiliteit die het bedrijf op zijn fondsen verlangt.

De NCW heeft de volgende betekenis :

$NCW > 0$: de netto-opbrengt van het projekt is voldoende groot om het geïnvesteerde kapitaal terug te verdienen en het rendement is groter dan de actualisatievoet.

$NCW < 0$: de netto-baten kunnen de investering niet vergoeden.

$NCW = 0$: een break-even projekt m.a.w. het geïnvesteerde kapitaal heeft een rendement gelijk aan de actualisatievoet. De formule van de NCW kunnen we als volgt schrijven :

$$NCW = \sum_{j=0}^{n} \frac{O_j}{(1+a)^j} - \sum_{j=0}^{n} \frac{K_j}{(1+a)^j} = \sum_{j=0}^{n} \frac{C_j}{(1+a)^j}$$

O_j zijn de kasinkomsten en K_j de kasuitgaven, beide in jaar j.

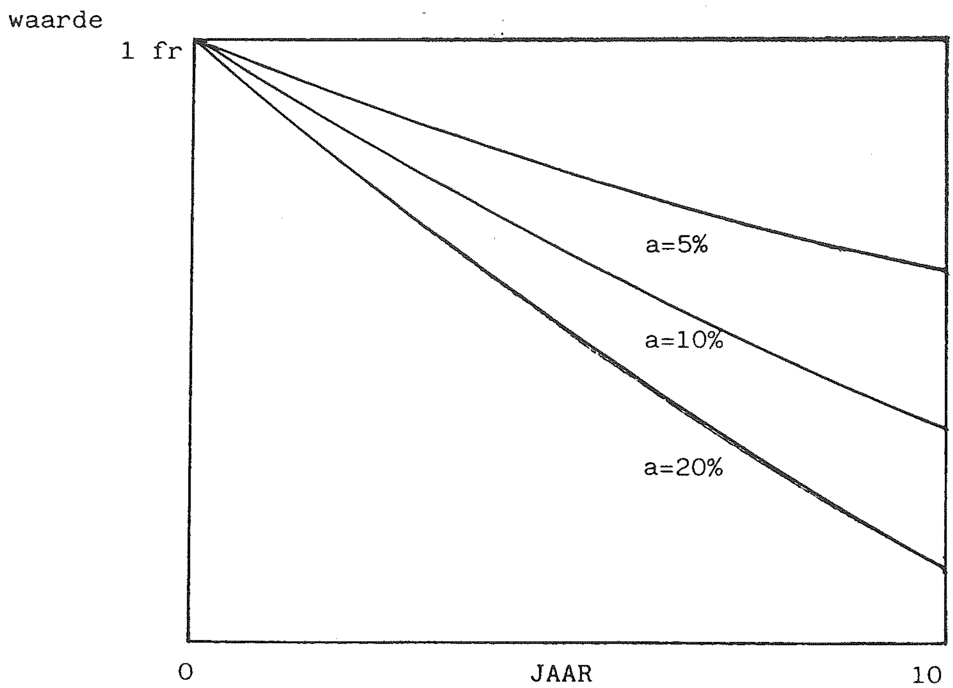
C_j zijn de netto kasstromen in jaar j.

In bovenstaande formule is de impliciete regel vervat dat alle negatieve kasstromen van een projekt a % kosten per jaar veroorzaken, en dat alle positieve kasstromen a % opbrengsten per jaar toelaten. (Dit wordt soms de herinvesteringsassumptie genoemd). Daarom is de actualisatievoet slechts direkt vergelijkbaar met de intrestvoet op de kapitaalmarkt wanneer deze laatste perfect is; d.w.z. wanneer lenen en ontlenen aan éénzelfde intrestvoet mogelijk is.

De NCW-formule ziet men het best als een wiskundige operator. De operator transformeert bedragen beschikbaar op verschillende tijdsstippen naar bedragen beschikbaar op één bepaald tijdstip, zodat ze onderling vergelijkbaar en wiskundig hanteerbaar (optellen, aftrekken, enz...) worden.

Verder in de toekomst gelegen bedragen wegen minder zwaar door dan in de nabije toekomst gelegen bedragen en dit effect wordt versterkt naarmate de actualisatievoet toeneemt. Dit wordt getoont in de volgende figuur.

Figuur I.1. Actualisatievoet



Om de betekenis van de actualisatievoet beter aan te voelen kan men de volgende vuistregel toepassen :

$$a \cdot n \simeq 70$$

waarbij a = actualisatievoet

n = het aantal jaar dat de waarde van 1 fr gehalveerd wordt

vb. a = 6 %

$$6 \cdot 12 \simeq 70$$

d.w.z. dat bij een actualisatievoet van 6 % de waarde van 1 fr over ongeveer 12 jaar gelijk is aan ½ fr vandaag.

Interne rendement of internal rate of return (IRR)

Het interne rendement van een projekt is de actualisatievoet a waarvoor NCW = 0. De IRR is dus een relatieve maatstaf, terwijl de NCW een absolute maatstaf is. De beoordeling van een projekt op basis van de berekende IRR vereist een vergelijking van dit resultaat met een vooropgezette minimum waarde, bv. i*. De beslissingen zijn als volgt :

IRR > i* : projekt wordt aanvaard

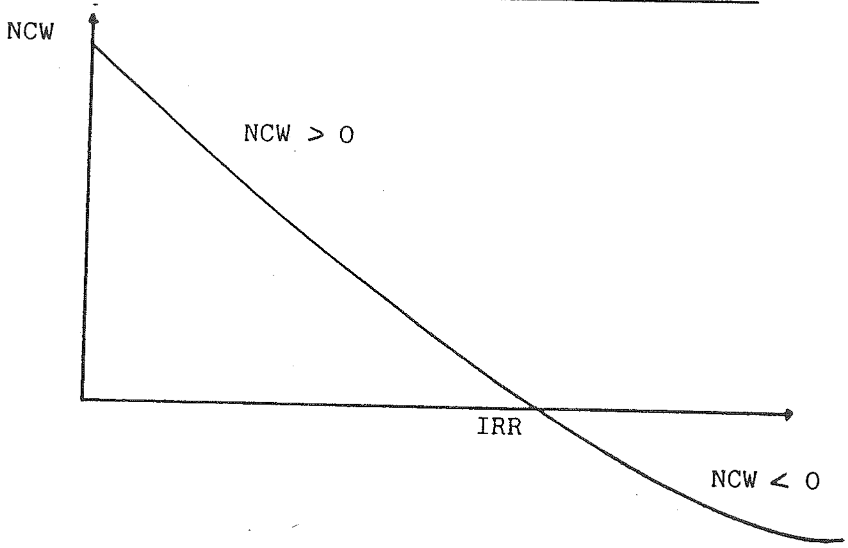
IRR = i* : projekt wordt mogelijk aanvaard

IRR < i* : projekt wordt verworpen

Omdat de IRR berekend wordt met de NCW-vergelijking wordt impliciet verondersteld dat tussentijdse positieve kasstromen van het projekt aan de IRR-voet kunnen belegd worden. Bij hoge IRR-uitkomsten kan deze hypothese in twijfel getrokken worden.

Het verband tussen de NCW en de IRR wordt voorgesteld in de volgende figuur.

Figuur I.2. Netto-contante waarde en IRR



De figuur toont dat : NCW > 0 wanneer a < IRR

NCW = 0 wanneer a = IRR

NCW < 0 wanneer a > IRR

3.3. Break-even prijs

De break-even prijs wordt gedefinieerd als de constante prijs waarvoor de geactualiseerde opbrengsten gelijk zijn aan de geactualiseerde kosten.

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{p^* q_j}{(1+a)^j} = \sum_{j=1}^{n} \frac{K_j}{(1+a)^j}$$

p^* = break-even prijs

q_j = output in jaar j

a = actualisatievoet

K_j = kosten in jaar j

Vermits p^* een constante prijs is kunnen we schrijven :

$$p^* \sum_{j=1}^{n} \frac{q_j}{(1+a)^j} = \sum_{j=1}^{n} \frac{K_j}{(1+a)^j}$$

of

$$p^* = \frac{\sum_j K_j / (1+a)^j}{\sum_j q_j / (1+a)^j}$$

3.4. Moeilijkheden bij toepassing van de verschillende investeringscriteria

NPV versus IRR bij de keuze tussen elkaar uitsluitende projekten

Wanneer een keuze moet gemaakt worden tussen verschillende elkaar uitsluitende projekten kunnen de NPV- en de IRR-methode tot verschillende conclusies leiden.

Voorbeeld

Projekt	Kasstromen op tijdstip 0	1	2	IRR	NPV (10 %)
A	- 1000fr	500fr	1000fr	28 %	281fr
B	- 1000fr	1200fr	200fr	35 %	256fr

Volgens het IRR-criterium is B te verkiezen terwijl volgens het NPV-criterium A het gunstigste projekt is. Dit conflict is het gevolg van de herinvesteringsassumptie. Deze assumptie kan problemen geven wanneer de IRR sterk afwijkt van gangbare intrestvoeten. Ook geldt voor elk projekt met een andere IRR een andere herinvesteringsassumptie. Dit maakt de vergelijkbaarheid van projekten moeilijk. Bij de NPV-regel gebruikt men in de herinvesteringsassumptie voor alle projekten dezelfde intrestvoet = actualisatievoet. Het conflict tussen beide methoden kan opgelost worden door het IRR-criterium toe te passen op de differentiële kasstromen. Deze methode kan wel aanleiding geven tot omslachtige berekeningen wanneer men veel verschillende alternatieve projekten moet evalueren.
Toegepast op het voorbeeld geeft dit :

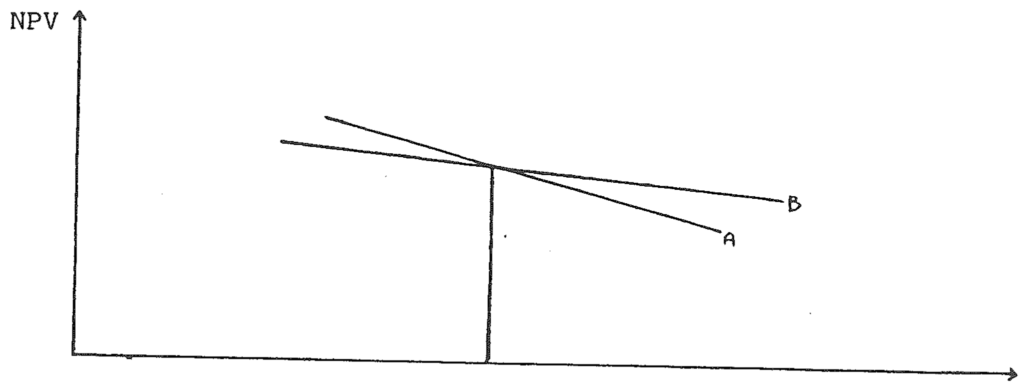
Projekt	Differentiële kasstromen op tijdstip 0	1	2	IRR
A-B	0	- 700 fr	800 fr	14 %

In periode 1 heeft projekt A een kleinere kasstroom dan projekt B (700 fr minder). Dit wordt gecompenseerd door de grotere kasstroom in periode 2 (800 fr meer).

Dit wordt bevestigd door de IRR van het differentiële projekt A-B die gelijk is aan 14 %. Wanneer de vereiste minimum rendabiliteit 10 % bedraagt, loont het aldus A te verkeizen boven B vermits de opbrengst van de middelen die in A langer vastgelegd worden dan in B groter is dan deze 10 %. Deze vaststelling kan ook gemaakt worden ip basis van de NPV-waarden van A en B .

We stellen de NPV van de projekten A en B in functie van de actualisatievoet (a %) voor in de volgende figuur.

Figuur I.3. NPV van projekten



Het interne rendement van het differentiële projekt A - B komt overeen met het snijpunt van de NPV-curven van A en B. We kunnen van de figuur aflezen dat voor elke actualisatievoet kleiner dan 14 % projekt A de grootste NPV heeft, terwijl voor elke actualisatievoet groter dan 14 % projekt B de grootste NPV heeft.

Het schaalprobleem

Grote schaalverschillen kunnen tot verschillende resultaten leiden bij toepassing van verschillende methoden.

Voorbeeld

A en B zijn elkaar uitsluitende projekten

Projekt	Kasstromen op tijdstip 0	1	2	IRR	NPV (10 %)
A	-10 000 fr	7 000 fr	8 000 fr	31 %	2 975 fr
B	- 3 000 fr	2 000 fr	3 000 fr	39 %	1 297 fr

Ook hier kan men de methode van de differentiële kasstromen toepassen. Men berekent dan of de meer-uitgave vereist voor het grootste projekt een IRR oplevert dat groter is dan de marktintrestvoet.

Projekt	Differentiële kasstromen op tijdstip			IRR
	0	1	2	
A-B	- 7 000 fr	5 000 fr	5 000 fr	28 %

Probleem van de niet-additiviteit bij de IRR-methode

De keuze tussen verschillende projekten kan verschillen naargelang deze al of niet in combinatie met een ander projekt beoordeeld worden.

Voorbeeld

Projekt	Kasstromen op tijdstip			IRR	NPV (10 %)
	0	1	2		
A	- 10 000 fr	25 000 fr	0 fr	150 %	12 727 fr

Dit projekt wordt aanvaard (NPV > 0). Het kan worden uitgevoerd in combinatie met projekt B ofwel met projekt C.
B en C zijn wederzijds uitsluitend.

Projekt	Kasstromen op tijdstip			IRR	NPV (10 %)
	0	1	2		
B	- 6 000 fr	10 000 fr	2 000 fr	85 %	4 744 fr
C	- 6 000fr	1 000 fr	20 000 fr	91 %	11 438 fr

Wanneer we nu de projekten samen met A evalueren :

Projekt	Kasstromen op tijdstip			IRR	NPV (10 %)
	0	1	2		
A + B	- 16 000 fr	35 000 fr	2 000 fr	124 %	17 471 fr
A + C	- 16 000 fr	26 000 fr	20 000 fr	119 %	24 165 fr

Opnieuw hebben we tegenstrijdige uitkomsten : apart is de IRR van C groter dan die van B, maar in combinatie met A is de IRR van A + B het grootst. De NPV geeft de oplossing nl. A + C. De evaluatie van het differentiële projekt verduidelijkt dit.

Projekt	Differentiële kasstromen op tijdstip			IRR
	0	1	2	
(A+C)-(A+B) of C - B	0 fr	- 9 000 fr	18 000 fr	100 %

Voor elke actualisatievoet kleiner dan 100 % zal A in combinatie met C de grootste NPV hebben.

I.4. Het belang van het element TIJD in projektanalyse

Investeren is beslissen voor de toekomst, die men zo getrouw mogelijk tracht in te schatten. Het is nuttig hierbij contrasterende scenario's op te bouwen zodat men met grote kans de toekomstige realiteit omvat. In hoofdstuk III m.b.t. de onzekerheid wordt hier nader op ingegaan.
In dit hoofdstuk richten we de aandacht op meer omlijnde problemen i.v.m. het tijdskader van een projektanalyse.
In § 4.1. illustreren we het belang de juiste afwikkeling in de tijd van een projekt na te gaan en in te bouwen in de analyse. Hier wordt het principe belicht dat beslissen erop neerkomt te doen wat men hic et nunc moet doen en te laten wat men later nog kan beslissen.
In § 4.2. wordt de vergelijking tussen projekten met verschillende levensduur behandeld omdat hierover veel misverstanden bestaan in de praktijk.
Tot slot behandelen we in het kort in § 4.3. het probleem van de analysehorizon en de keuze van de actualisatievoet.

4.1. Dynamische ontwikkeling

Het is belangrijk de ontwikkeling van een projekt in de tijd juist te beschouwen en enkel beslissingen te nemen over die zaken die op dat tijdstip relevant zijn. Het volgende voorbeeld van een vervangingsinvestering zal dit verduidelijken.

Voorbeeld

Om een oude machine A nog 1 jaar in werking te houden heeft men voor 20 000 fr reparatiekosten, te betalen op het einde van het jaar. Het jaar daarop volgend bedragen de kosten 25 000 fr en zo stijgen de kosten jaarlijks met 5 000 fr. Een nieuwe machine kost 100 000 fr en heeft een levensduur van 5 jaar. Men moet dus elk jaar een keuze maken tussen het behouden van machine A en het aanschaffen van machine B. Hiervan berekenen we de equivalente jaarlijkse kosten (EJK). De EJK wordt bepaald door de initiële kosten aan het begin van de periode te vermenigvuldigen met de delgingsfactor. De reparatiekosten van machine A zijn reeds uitgedrukt in waarden op het einde van elk jaar (31/12). Als actualisatievoet neemt men 10 %.

Jaar 1

EJK (A) = 20 000 fr

$$\text{EJK (B)} = 100\ 000 \text{ fr} \times \frac{1}{1 - \dfrac{1}{(1.1)^5}} = 26\ 379 \text{ fr}$$

De beste beslissing hier is de oude machine nog een jaar te behouden.

Jaar 2

Na het eerste jaar maakt men opnieuw de berekening.

EJK (A) = 25 000 fr

EJK (B) = 26 379 fr

Ook het 2de jaar is het voordeliger de oude machine te repareren.

Jaar 3

EJK (A) = 30 000 fr

EJK (B) = 26 378 fr

De optimale beslissing is de oude machine 2 jaar te repareren en het 3DE jaar een nieuwe machine te kopen.

Ten onrechte wordt soms de volgende methode toegepast :

Men berekent de EJK voor het behoud van machine A voor 1 jaar, voor 2 jaar enz. De kostenstromen worden eerst omgezet naar actuele waarden en dan vermenigvuldigd met de delgingsfactor.

$$K1\ (A) = 20\ 000\ fr$$

$$K2\ (A) = \left(\frac{20\ 000fr}{1.1} + \frac{25\ 000fr}{(1.1)^2}\right) \frac{0.1}{1 - \frac{1}{(1.1)^2}} = 38\ 843fr\ (0.5762) = 22\ 381f$$

$$K3\ (A) = \frac{20\ 000fr}{1.1} + \frac{25\ 000fr}{(1.1)^2} + \frac{30\ 000fr}{(1.1)^3} \quad \frac{0.1}{1 - \frac{1}{(1.1)^3}} =$$

$$61\ 382\ fr\ .\ (0.4021) = 24\ 682\ fr$$

$$K4\ (A) = \frac{20\ 000fr}{1.1} + \frac{25\ 000fr}{(1.1)^2} + \frac{30\ 000fr}{(1.1)^3} + \frac{35\ 000fr}{(1.1)^4} \quad \frac{0.1}{1 - \frac{1}{(1.1)^4}} =$$

$$85\ 287\ fr\ .\ (0.3155) = 26\ 908\ fr$$

Aantal jaren	EjK (A)
1	20 000 fr
2	22 381 fr
3	24 682 fr
4	26 908 fr

Wanneer men dit vergelijkt met de EJK van de nieuwe machine B (26 379 fr) zou men volgens de tabel de oude machine nog 3 jaar behouden en dan overgaan tot de aankoop van de nieuwe. Dit is echter een onjuiste werkwijze. Hier wordt het aantal jaren dat men de oude machine nog behoudt telkens in groep beschouwd. De resultaten in de tabel tonen dat het beter is de oude machine A 3 jaar te repareren dan geen enkel jaar en onmiddellijk een nieuwe aan te kopen. Maar dit is daarom niet de optimale oplossing. De lagere EJK (A) in jaar 3 ontstaat doordat de besparingen verwezenlijkt in de eerste 2 jaar de hogere kosten van het 3de jaar compenseren.

4.2 Het probleem van de ongelijke levensduur van projekten

De evaluatie van projekten met ongelijke levensduren stoot op problemen die met geen enkele eenvoudige methode worden opgelost. De enige juiste oplossing bestaat erin voor de verschillende alternatieven volledige strategieën te bepalen tot aan een gemeenschappelijke levensduur (in principe oneindig).

Deze methode is praktisch moeilijk toepasbaar (te lang en te kostelijk)
In de praktijk worden een aantal methoden toegepast gesteund op vereenvoudigde hypothesen nl.:

- men onderstelt dat elk alternatief zichzelf herhaalt
- men legt terminale randvoorwaarden op aan de projekten.

Op basis van deze hypothesen werden een aantal methodes ontwikkeld waarvan er hier drie worden beschreven.

Het kleinste gemeen veelvoud van de levensduur van de alternatieve projekten

Men veronderstelt dat elk projekt zichzelf herhaalt tot een gemeenschappelijke levensduur wordt bereikt.

Voorbeeld

Projekt	Kasstromen op tijdstip 0	1	2	3	NPV (10 %)
A	- 5 000 fr	1 000 fr	12 000 fr	-	5 826 fr
B	- 5 000 fr	5 000 fr	6 000 fr	5 000 fr	8 261 fr

Projekt A heeft een levensduur van 2 jaar en B een levensduur van 3 jaar.
Om een evaluatie te maken moet men de berekeningen maken voor 6 jaar.

Projekt	Kasstromen op tijdstip 0	1	2	3	4	5	6
3xA	5 826 fr		5 826 fr		5 826 fr		
2xB	8 261 fr			8 261 fr			

$$\text{NPV (3xA)} = 5\ 826 \text{ fr} + \frac{5\ 826}{(1.1)^2} + \frac{5\ 826 \text{ fr}}{(1.1)^4} = 14\ 620 \text{ fr}$$

$$\text{NPV (2xB)} = 8\ 261 \text{ fr} + \frac{8\ 261 \text{ fr}}{(1.1)^3} = 14\ 468 \text{ fr}$$

Projekt A wordt hier aangeduid als het beste projekt.

De equivalente jaarlijkse kasstromen (EJK)

De kasstromen worden omgevormd tot een gelijkwaardige reeks van gelijke jaarlijkse bedragen. Men berekent eerst de NPV van de kasstromen. Door vermenigvuldiging met de delgingsfactor wordt de NPV verdeeld over de verschillende periodes waarover het projekt loopt.
De formules hiervoor zijn :

$$NPV = \sum_{t=0}^{n} \frac{C_t}{(1+a)^t}$$

$$EJK = NPV \cdot \frac{a}{1-\frac{1}{(1+a)^n}}$$

We passen deze methode toe op hetzelfde voorbeeld :

$$EJK\ (A) = 5\ 826\ fr \cdot \frac{0.1}{1-\frac{1}{(1.1)^2}} = 5\ 826\ fr\ (0.5762) = 3357\ fr$$

$$EJK\ (B) = 8\ 261\ fr \cdot \frac{0.1}{1-\frac{1}{(1.1)^3}} = 8\ 261\ fr\ (0.4021) = 3322\ fr$$

Ook in de methode van de EJK zit impliciet de veronderstelling dat de duurtijd van beide projekten gelijk is. Er wordt dus verondersteld dat projekt A ook nog in periode 3 een kasstroom van 3 357 fr veroorzaakt. In realiteit wordt de EJK van A gedurende 2 perioden bereikt en de EJK van B gedurende 3 periodes.

Gekapitaliseerde kasstromen (K)

Deze methode veronderstelt dat elk alternatief zich herhaalt tot in het oneindige. De gekapitaliseerde kosten worden berekend door de NPV van de kasstromen te vermenigvuldigen met de kapitalisatiefactor.

De formule hiervoor is :

$$K = NPV \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{(1+a)^n}}$$

In het voorbeeld wordt dit :

$$K(A) = 5\,826 \text{ fr} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{(1.1)^2}} = 5\,826 \text{ fr } (5.762) = 33\,569 \text{ fr}$$

$$K(B) = 8\,261 \text{ fr} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{(1.1)^3}} = 8\,261 \text{ fr } (4.021) = 33\,217 \text{ fr}$$

Er bestaat een eenvoudig verband tussen gekapitaliseerde kasstromen en equivalente jaarlijkse kasstromen nl :

$$K = \frac{EJK}{a}$$

Overzichtstabel

Methode	Resultaat	Ratio A/B
Kleinste gemeen veelvoud van de levensduur	NPV(A) = 14 620 fr NPV(B) = 14 468 fr	1.0105
Equivalente jaarlijkse kasstromen	EJK(A) = 3 357 fr EJK(B) = 3 322 fr	1.0105
Gekapitaliseerde kasstromen	K(A) = 33 569 fr K(B) = 33 217 fr	1.0105

De tabel toont aan dat de 3 methodes gelijke resultaten genereren. Ze omvatten dezelfde hypothese, nl. de continue herhalingsmogelijkheden van de projekten. In de praktijk moet men erop letten de waarde van éénmalige, kortlopende buitenkans-projekten niet te overschatten door de hoger vermelde hypothese ten onrechte te aanvaarden.

4.3. Actualisatie en tijdshorizon

De actualisatieformule, voor het omzetten van kasstromen op verschillende ogenblikken naar een referentietijdstip, wordt in de publieke en privé projektanalyse gebruikt. In de publieke sektor (sociale kosten-baten analyse) is de keuze van de actualisatievoet een punt van discussie zonder einde. In ondernemingen ligt de zaak eenvoudiger. Daarom is een onderscheid tussen beide toepassingen aangewezen :

Ondernemingen

De actualisatievoet a geeft de marginale kostprijs van het ondernemingskapitaal aan en is een uitdrukking van de alternatieve aanwendingsmogelijkheden van dit kapitaal. De faktor a is een rendabiliteitsnorm : wanneer men in een projekt een rendabiliteit hoger dan a kan bekomen (d.w.z. $NPV(a) > 0$), dan is dit projekt een betere bestemming van de ondernemingsmiddelen dan ieder andere bestemming waar men slechts a bekomt. Het is ook aangewezen bijkomende middelen aan te trekken tegen marginale kostprijs a omdat het projekt dat men beoogt een IRR zal hebben hoger dan a.

Empirische waarden voor a zijn moeilijk te achterhalen omdat de enkele waarden die men hier en daar verneemt meestal niet duidelijk aangeven of ze gezuiverd zijn voor de inflatie (zie deel II) en het risico (zie deel III). Binnen een onderneming is het (in principe) mogelijk een tamelijk nauwkeurige a-waarde te bepalen. Wanneer echter hieraan onvoldoende aandacht besteed wordt, krijgt men voor verkeerde a-waarden belangrijke vertekeningen in de projektbeoordeling.

Publieke sektor

De keuze van een actualisatievoet voor de beoordeling van publieke projekten is het voorwerp van diskussie. Indien de kapitaalmarkten perfect zouden zijn zou alle grond voor deze diskussie wegvallen omdat dan immers de marginale tijdsvoorkeur van de individuen = marginale tijdsvoorkeur van de gemeenschap = marginale kosten van het kapitaal als uitdrukking van de alternatieve aanwendingsmogelijkheden van dit kapitaal. De aangewezen actualisatievoet is dan de intrestvoet die tot stand komt op deze perfecte kapitaalmarkt.

Deze theoretische beschouwing heeft voor gevolg gehad dat de meest populaire sociale actualisatievoet gelijk is aan de inflatievrije intrestvoet die de kostprijs weergeeft van de fondsen die het publieke project onttrekt aan de privé-sektor. Andere auteurs beschouwen de actualisatievoet als een beleidsvariabele waarmee ethische en economische opties kunnen nagestreefd worden.
Ons lijkt de volgende werkwijze voorgesteld door meerdere auteurs (o.a. M. Feldstein) aangewezen : 1) expliciteer de kapitaalstromen van het projekt en ken hier een schaduwprijs aan toe die de alternatieve aanwendingsmogelijkheden van dit kapitaal weergeeft; 2) actualiseer de kasstromen van het projekt met een sociale tijdsvoorkeur die meer een beleidsvariabele dan een empirisch meetbare grootheid is. Voor een verdere uitdieping van deze diskussie wordt naar de literatuur verwezen.

In België bedroeg de actualisatievoet benut in publieke projektanalyses in de periode 1975 - 1985 meestal 4,2 %. De auteur die dit cijfer voor het eerst voorgesteld heeft (Glesjer, 1976) stelt in een recent artikel (Glesjer, Kirschen,1985) nu de waarde voorop van 5,4 %. Gezien de verstrakking van de kapitaalmarkt in de jaren '80 lijkt de toename van 4,2 % naar 5,4 % zeer plausibel, zodat wellicht ook over dit nieuwe cijfer een consensus zal bereikt worden voor het praktisch werk.

Ook de duurtijd van een projekt of tijdshorizon tot waar de analyse strekt is meestal geen voor de hand liggend gegeven. Langlopende projekten worden in de analyse afgebroken op een min of meer doordacht tijdstip. De keuze van dit tijdstip kan een significante impact hebben op de projekt beoordeling, vooral wanneer de benutte actualisatievoet aan de lage kant is. Remedies om deze invloed te verminderen zijn :
1) verlenging van de geanalyseerde periode
2) verhoging van de actualisatievoet
3) expliciteren van terminale condities.
De eerste oplossing is aan te raden maar kent grenzen - men kan praktisch niet tot oneindig kijken en onze kennis van de toekomst binnen enkele jaren is zeer spekulatief. M.a.w. in praktische studies zal men steeds met een bepaalde tijdshorizon te maken hebben. De tweede oplossing is ronduit af te raden omdat het een kunstmatige ingreep is die de vertekening doet toenemen.

De derde oplossing is noodzakelijk wanneer de eindige looptijd van een projekt aanleiding heeft tot uitkomsten die, geactualiseerd naar het heden, nog signifikante betekenis hebben.

Terminale condities van een projekt omschrijven kan men zeer exhaustief opvatten. In de praktijk gebruikt men meestal een vereenvoudigde methode : men bevriest a.h.w. het projekt op het einde van de beschouwde analyseperiode en onderstelt dat deze toestand blijft gelden tot een oneindige tijdshorizon. De NPV-waarde over de analyseperiode, d.i.

$$NPV = \sum_{j=0}^{n} \frac{B_j - C_j}{(1+a)^j} \quad \text{, waarbij } n = \text{analyse horizon}$$

wordt aangepast met een factor :

$$\frac{1}{(1+a)^n} \cdot \sum_{j=1}^{\infty} \frac{Bn-Cn}{(1+a)^j} = \frac{1}{(1+a)^n} \cdot \frac{Bn-Cn}{a}$$

M.a.w. de bevroren toestand Bn - Cn loopt over een periode te beginnen na de analyse horizon. Deze kasstromen worden geactualiseerd naar dit eindpunt en vandaar naar het referentietijdstip van de projektanalyse.

In de plaats van Bn - Cn gebruikt men ook dikwijls de equivalente jaarlijkse kasstromen :

$$EJK = NPV \frac{a(1+a)^n}{(1+a)^n - 1}$$

De NPV wordt in dit geval aangepast met de factor :

$$\frac{1}{(1+a)^n} \cdot \frac{EJK}{a}$$

Tot slot dient herhaald dat er een nauwe wisselwerking bestaat tussen de drie belangrijke grootheden : actualisatievoet, projekthorizon, en terminale kondities. De relatieve impact van de ene grootheid is functie van de vastlegging van de andere. Een deel van de kunst van projektanalyse bestaat in een wel overwogen keuze betreffende deze drie grootheden te bepalen.

Inflatie

Inflatie kan omschreven worden als stijging van het prijspeil van goederen en diensten zonder dat daar een evenredige kwaliteitsstijging tegenover staat. Door de toename van de prijzen krijgt men minder waar voor zijn geld en daarom spreekt men ook van muntontwaarding.
De oorzaken en mechanismen van de inflatie en haar verbreiding zijn veelvuldig zodat er geen eensgezindheid bestaat omtrent hun relatief belang. Deze diskussie overtreft de bedoeling van dit artikel.
De juiste impact van de inflatie in een investeringstudie inbouwen is een moeilijk probleem maar het is ongetwijfeld beter een goede benadering te zoeken dan het probleem te negeren.

II.1. Nominale en reële intrest

Volgens Fischer[3] bestaat het volgende verband tussen de nominale intrest (n), de reële intrest (r) en het inflatiepercentage (i).

$$(1 + n) = (1 + r)(1 + i)$$

Dit verband geldt altijd ex post. De reële intrest wordt berekend vanuit de geobserveerde waarden voor nominale intrest en inflatiepercentage.

vb. voor n = 12 % en i = 5,7 % is r = 6 %

$$(1 + .12) = (1 + .06)(1 + .057)$$

Tabel II.1. : Actualisatie en deflator

j afstand tot de referentie-datum	Actualisatiefactor		Deflator
	Reële voet	Nominale voet	inflatie-ritme = 5,7 %
1	.943	.893	.946
2	.890	.797	.893
3	.840	.712	.848
4	.792	.636	.802
5	.747	.567	.759
6	.705	.507	.719
7	.665	.452	.680
8	.627	.404	.644
9	.592	.361	.609
10	.558	.322	.577

In tabel II.1. werden de reële en nominale actualisatiefactoren berekend voor bedragen die zich situeren tussen 1 en 10 periodes ten opzichte van de referentiedatum. De berekening van de factoren steunt op de volgende formule:

$$\text{actualisatiefactor} = \frac{1}{(1 + a)^{j}}$$

waarbij a = 6 % reële actualisatievoet
= 12 % nominale actualisatievoet
j = afstand tot de referentiedatum

De deflatiereeks werd met dezelfde formule opgesteld, maar met het inflatiepercentage 5,7 % i.p.v. de actualisatievoet.

II.2. Reële en nominale grootheden

Bedragen genoteerd in verschillende jaren kunnen uitgedrukt worden in koopkrachttermen van een bepaald referentiejaar door ze te defleren of infleren. Bedragen uitgedrukt in koopkrachttermen van een bepaald referentiejaar noemt men constante of reële grootheden. Bedragen elk uitgedrukt in koopkrachttermen van het jaar waarin zij voorkomen noemt men lopende of nominale grootheden.

2.1. Niet-neutraliteit van inflatie

Kosten en opbrengsten zijn samengesteld uit verschillende componenten. De prijsvorming van deze componenten vloeit voort uit verschillende technologische, economische en politieke factoren, zodat de prijzen niet proportioneel zullen evolueren. Wanneer sommige prijzen sneller veranderen dan andere heeft men niet-neutrale inflatie die oude evenwichten verstoort. Voor iedere kwalitatief te onderscheiden component is het daarom nuttig een afzonderlijke inflatie-index op te stellen. Wij hebben het nuttig geoordeeld in appendix enkele inflatieindices op te stellen, zo gekozen dat ze als benadering bruikbaar zijn voor geldstromen die in energieprojekten voorkomen.

2.2. Analyse van toekomstige projekten

Daar men redelijkerwijze niet kan veronderstellen dat de inflatie plots zal ophouden, dient men er rekening mee te houden. Dit kan op twee wijzen :

Calculatie in nominale grootheden

Bij deze methode voorspelt men voor iedere onderscheiden component van de kosten/opbrengsten een inflatiereeks voor de duurtijd van het projekt. De prijzen gehanteerd in het basisjaar infleert men dan met de voorspelde reeksen. De fiscale vrijstellingen op bepaalde intresten en op de afschrijvingen kan men gewoon invoeren, omdat zij nominale grootheden zijn.

Deze bedragen moet men met één jaar vertraging incalculeren omdat de belastingen geheven worden op de inkomsten van het voorgaande jaar. Als actualisatievoet neemt men een nominale voet (bv. de marktintrest).

Calculatie in reële grootheden

Hier schat men de kosten/opbrengsten in het referentiejaar, en men onderstelt de hierbij benutte prijzen constant voor de duurtijd van het projekt. Hiermee vermijdt men gedeeltelijk een bezwaar tegen de voorgaande methode, nl. de schatting van meerdere inflatiereeksen voor de duurtijd van het projekt, uitgezonderd de fiscaal aftrekbare bedragen (intresten en afschrijvingen).
Het probleem van de voorspelling wordt a.h.w. op zijn kop gezet . Nu zijn alle geldstromen in constante prijzen uitgedrukt met uitzondering van de intresten en afschrijvingen. Deze laatste zijn nominale grootheden. Men kan stellen dat de fiscale voordelen die voortvloeien uit de aftrekbaarheid van afschrijvingen en intresten door de onderneming zullen benut worden voor autofinanciering van investeringen. Op grond van deze hypothese volstaat het één inflatiereeks te voorspellen, nl. de reeks die de prijsbeweging weergeeft van de globale investeringskosten voor de onderneming of de sector. Deze reeks moet over een periode korter dan de levensduur voorspeld worden, omdat de looptijd van een lening en de afschrijvingstijd van een investering bijna steeds korter is dan de levensduur van een projekt. De bedragen waarop de voorspellingen toegepast worden zullen meestal kleiner zijn dan de andere geldstromen van het projekt zodat de schattingsfouten een geringere invloed hebben op het uiteindelijk resultaat.
Ook de leningen waarmee het projekt (gedeeltelijk) gefinancierd wordt, moeten aangepast worden. Leningen (indien zij niet aan een of andere index gekoppeld zijn) verschaffen een huidige koopkrachtwaarde (de hoofdsom) tegen toekomstige terugbetalingen (hoofdsom + intresten) in koopkrachttermen van het jaar waarin ze geschieden. Het zijn dus nominale grootheden. Het is onjuist deze bedragen op te tellen bij andere die in constante prijzen zijn uitgedrukt. Met het gelijkwaardigheidsprincipe van het geld (zie I.2.4.) en onder de hypothese van perfecte kapitaalmarkten kan men het probleem van de leningen in de praktijk oplossen door geen rekening te houden met de terugbetalingen en intrestlasten, maar de totale hoofdsom aan te rekenen in het basisjaar.

Bij calculatie in constante prijzen gebruikt men een reële actualisatievoet om de bedragen uit te drukken in beschikbaarheid van een bepaald referentietijdstip. Dikwijls wordt hier de reële intrestvoet, d.i. de nominale intrestvoet ontdaan van zijn inflatiecomponent, benut.

Het is belangrijk kasstromen in nominale termen goed te onderscheiden van kasstromen in reële termen. Fouten treden op door vermenging van reële en nominale grootheden. In praktische studies ondervonden we volgende werkwijze als de meest aangewezen :

- alle bedragen van de exploitatierekening worden in reële (constante) prijzen uitgedrukt.
- financiering en boekhoudkundige elementen worden in nominale (lopende) prijzen uitgedrukt.
- voor de verdere verwerking en analyse gaat men dan ofwel reële reeksen actualiseren met de reële actualisatievoet en nominale reeksen met de nominale voet

  ofwel één van beide reeksen omrekenen zodat alle bedragen in dezelfde koopkrachttermen staan. Betreft het hier constante prijzen dan is een reële actualisatievoet aangewezen; betreft het lopende prijzen dan is actualisatie met een nominale voet vereist.

Bij de berekening van de NPV moeten alle methoden, indien ze consistent uitgevoerd worden, tot dezelfde uitkomsten leiden. Er kunnen echter verschillen optreden wanneer leningen verrekend worden met een looptijd die de analyse-horizon overschrijdt. Dit wordt nader verklaard in § II.2.3. Het belang van een consistente verwerking van de inflatie wordt daarna geïllustreerd met een reëel voorbeeld (§ II.2.4.)

2.3. Calculatie in constante prijzen en in lopende prijzen toegepast op een annuïteitslening

Het volgende voorbeeld toont het verschil tussen calculatie in constante prijzen en calculatie in lopende prijzen toegepast op kasstromen van een annuïteitenlening. Als referentie ogenblik geldt 1/1/1985. Een van de kasstromen van het projekt wordt veroorzaakt door een investering per 1/1/1988 van 1 000fr in koopkracht '85. Deze investering zal gefinancierd worden met een annuïteitenlening, afgelost over 6 jaar.

Er wordt gerekend met een nominale intrestvoet van 12 % per jaar en een reële intrestvoet van 6 % per jaar, zodat impliciet een inflatievoet van 5,7 % per jaar benut wordt.

In dit voorbeeld concentreren we de aandacht vooral op de uitgaande kasverrichtingen veroorzaakt door de lening. In tabel II.2 wordt gerekend in constante (reële) termen; tabel II.3 bevat de resultaten voor lopende (nominale) prijzen.
Voor actualisatie en deflatie werden de factoren uit tabel II.1 gebruikt.

Tabel II.2. : verrekening in constante prijzen van het referentie ogenblik 1/1/'85

Jaar	Niet-geactualiseerde reeksen beschikbaarheid van het jaar van voorkomen		Geactualiseerde kasstromen (act. voet = 6 %) beschikbaarheid per 1/1/85	
	IN	UIT	IN	UIT
1985				
1986				
1987				
1988	1000		792	
1989		203,4		151,9
1990		203,4		143,4
1991		203,4		135,2
1992		203,4		127,5
1993		203,4		120,4
1994		203,4		113,5
		-		Σ=792

Tabel II.3.: Verrekening in nominale prijzen van het jaar van voorkomen

Jaar	Kasstromen in koopkracht en beschikbaarheid van het jaar van voorkomen (inflatie : 5,7 % / jaar)		Geactualiseerde kasstromen (act. voet = 12 %), koopkracht en beschikbaarheid per 1/1/85	
	IN	UIT	IN	UIT
1985				
1986				
1987				
1988	1246,4		792	
1989		303,2		172,0
1990		303,2		153,6
1991		303,2		137,1
1992		303,2		122,4
1993		303,2		109,3
1994		303,2		97,6
				Σ =792

De reeksen van de annuïteiten (203,4 in tabel II.2, respectievelijk 303,2 in tabel II.3) op de hoofdsommen 1000 respectievelijk 1246,4 werden bekomen door deze te vermenigvuldigen met de delgingsfactor over 6 jaar (aan een intrest van 6 %, respectievelijk 12 %). Wanneer beide reeksen geactualiseerd worden, de constante prijzen met de reële actualisatievoet (6 %) en de lopende prijzen met de nominale actualisatievoet (12 %), zijn beide reeksen gelijk in de som (792).

Een verschil tussen de 2 reeksen is de verdeling van de som over de jaren. Het is belangrijk het verschil tussen de 2 methodes voor ogen te houden bij projektanalyse . De afbetalingstermijn van langlopende leningen overschrijdt soms de analysehorizon.

In dit geval zijn de nettokasstromen van het projekt afhankelijk van de gebruikte methode. Zoals uit de laatste kolommen van tabel 1 en 2 kan afgelezen worden is de reeks van de geactualiseerde kasstromen minder steil wanneer men in constante prijzen rekent, dan wanneer men in lopende prijzen rekent. Ons inziens is de laatste methode in het geval van leningen de meest aangewezen werkwijze. Herinneren we eraan dat beide methodes identieke eindresultaten opleveren wanneer de volledige looptijd van de lening binnen de horizon van de projektanalyse valt. In dit geval bestaat de eenvoudigste oplossing er zelfs in enkel de hoofdsom te beschouwen indien men althans geen rekening hoeft te houden met eventuele fiscale implicaties, en indien actualisatievoet en intrestvoet gelijk worden genomen. Omdat in de praktijk fiscale impact en divergentie tussen actualisatievoet en intrestvoet wel belangrijk zijn is het aangewezen de financiële kant van een project in nominale termen te verrekenen.

2.4. Impact van een foutieve analyse op het resultaat. Reëel voorbeeld

Volgend voorbeeld is een onderdeel van de financiële analyse van een onderneming over de periode 1983 tot en met 1993, uitgevoerd i.v.m. haar overname door derden . De financiering in de onderneming gebeurt op de volgende wijze : de lasten voortvloeiend uit investeringen worden vergeleken met de beschikbare middelen en het tekort wordt aangevuld met nieuwe leningen. De leningen worden afgelost, à rato van de volgende percentages van de hoofdsom, in de opeenvolgende jaren : 3.3 %, 3.5 % 3.6 %, 3.8 %, 4.1 %, 4.3 %, 4.4 %, 4.6 %, 4.8 %.
De aflossingen starten in het jaar volgend op het jaar waarin de hoofdsom verworven wordt. Tabel II.4 bevat de financieringstabel zoals ze door de onderneming is opgesteld. Fout hier is dat men reële en nominale grootheden door elkaar gebruikt en ze bij elkaar optelt. De investeringen en de beschikbare middelen zijn uitgedrukt in constante prijzen van het jaar 1983. Aflossingen van bestaande leningen zijn nominale grootheden. De totale lasten in de tabel zijn dus een som van constante en nominale grootheden. Deze lasten worden dan vergeleken met de beschikbare middelen (constant) en wat tekort is wordt aangevuld met leningen (nominaal).

Tabel 5 bevat een verbeterde versie van dezelfde situatie. Hier werd alles uitgedrukt in nominale grootheden (lopende prijzen). De investeringen en de beschikbare middelen opgegeven in koopkracht 1983, werden geïnfleerd aan 5,7 % per jaar.
Zoals in de eerste tabel werden tekorten telkens aangevuld met nieuwe leningen.
Bij vergelijking van de 2 tabellen merkt men grote verschillen voor o.a. de totale kosten en totale resulterende middelen.
In de oorspronkelijke studie werd geactualiseerd met 12 %, een nominale voet die men toepaste op wat men althans voor had reële kasstromen te zijn per 1/1/1983. Men bekwam een NPV van 1015 miljoen fr. Na onze correcties en na actualisatie, eveneens met 12 % (nominale reeksen) bekomen we een NPV van 1619 MF. Dit betekent dat het juiste resultaat 604 miljoen fr of 59,5 % afwijkt van de foutieve berekening. Er dient bovendien op gewezen dat het hier gaat om een reëel voorbeeld waarop in 1985 nog belangrijke publiek-economische beslissingen gesteund werden [zie : Verbruggen, A, Buyse, C.]

Tabel II.4 : Financieringstabel : oorspronkelijke versie (vermenging bedragen in constante en in lopende prijzen in 1000fr)

	'83	'84	'85	'86	'87	'88	'89	'90	'91	'92	'93
Investeringen	769 756	147 552	144 373	162 914	215 731	221 992	228 446	235 099	241 958	249 029	256 320
Afossingen bestaande leningen		4 566	4 890	5 044	5 410	5 762	6 170	5 576	5 947	6 405	6 925
leningen '83 710 000		23 430	24 850	25 560	26 980	27 690	29 110	30 530	31 240	32 660	34 080
'87 50 000						1 650	1 750	1 800	1 900	1 950	2 050
'88 30 000							990	1 050	1 080	1 140	1 170
'89 40 000								1 320	1 400	1 440	1 520
'90 150 000									4 950	5 250	5 400
'91 50 000										1 650	1 750
'92 50 000											1 650
tot. aflossingen		23 430	24 850	25 560	26 980	29 340	31 850	34 700	40 570	44 090	47 620
tot. lasten	769 756	175 548	174 113	193 518	248 121	257 094	266 466	275 375	288 495	299 524	310 865
Beschikbare middelen	64 274	175 731	174 113	197 411	204 909	227 928	228 823	127 291	238 614	251 889	275 363
Aanvullende leningen	710 000				50 000	30 000	40 000	150 000	50 000	50 000	40 000
tot. middelen	774 274	175 731	174 113	197 411	254 909	257 928	268 823	277 291	288 614	201 889	315 363

Tabel II.5 : Verbeterde versie : kasstromen uitgedrukt in koopkracht en beschikbaarheid van het jaar van voorkomen(in 1000fr)

	'83	'84	'85	'86	'87	'88	'89	'90	'91	'92	'93
Investeringen	769 756	155 962	161 301	192 390	269 285	292 895	318 591	346 558	376 999	410 133	444 203
Aflossingen bestaande leningen		4 566	4 890	5 044	5 410	5 762	6 170	5 576	5 947	6 405	6 925
leningen '83 710 000		23 430	24 850	25 560	26 980	27 690	29 110	30 530	31 240	32 660	34 080
'87 35 000						1 155	1 225	1 260	1 330	1 365	1 435
'88 25 000							825	875	900	950	975
'89 35 000								1 155	1 225	1 260	1 330
'90 200 000									6 600	7 000	7 200
'91 50 000										1 650	1 750
'92 50 000											1 650
tot. aflossingen		23 430	24 850	25 560	26 980	28 845	31 160	33 820	41 295	44 885	48 420
tot. lasten	769 756	183 958	191 041	222 994	301 675	327 502	355 921	385 954	424 241	461 423	499 548
Beschikbare middelen	64 274	185 748	196 318	238 406	271 188	305 241	321 856	188 574	374 408	415 010	482 940
Aanvullende leningen	710 000				35 000	25 000	35 000	200 000	50 000	50 000	20 000
tot. middelen	774 274	185 748	196 318	238 406	306 189	330 241	356 856	388 574	434 408	465 010	502 940

III. Onzekerheid

De wetenschappelijke behandeling van risico en onzekerheid steunt op de kansleer (waarschijnlijkheids- of probabiliteitsleer). Een inzicht in de basisbeginselen van de kansrekening is bijzonder nuttig voor de analyse van projecten.

Een eerste domein waar kansbegrippen van essentieel belang zijn is de minimum-kosten benadering (cost-effectiveness). Hier beschouwt men niet de inkomsten maar enkel de uitgaven van projekten. Dit is typisch voor projekten gepland door onderhoudsdiensten en in het algemeen voor alle investeringen die na de hoofdinvestering komen. De opdracht luidt hier meestal de dienst te verzekeren met een minimum aan uitgaven. "Dienstverzekering", of "kwaliteit van de dienstverlening", of "ononderbroken service" zijn concepten die een kern van probabiliteit bevatten. Absolute kwaliteit en zekerheid zijn onbetaalbaar. Men zal dus toegeven hierop. Om dit kwantitatief en wetenschappelijk te meten zijn probabiliteitsconcepten vereist. Meestal worden hier vuistregels benut, bv. per twee machines wordt een derde in stand-by gezet enz...Vuistregels vervangen door nauwkeuriger methoden kan grote besparingen mogelijk maken.

Onzekerheid is ook inherent verweven in de analyse van een investeringsprojekt omdat investeren beslissen voor de toekomst is. Kosten, opbrengsten, levensduur,... zijn niet éénduidig te voorspellen omdat ze afhankelijk zijn van een groot aantal stochastische variabelen en relaties.
Van de drie dimensies die we in deze tekst voor het voetlicht brengen - tijd, inflatie, onzekerheid - is de onzekerheid de factor waar men het minst heeft leren met werken. Daarom bestaat er een natuurlijke neiging om het onzekerheidsprobleem hetzij te negeren, hetzij irrationeel te benaderen. toch is de verwerking van de dimensie "onzekerheid" een technisch proces waarvan de uitkomst geenszins stochastisch is !

Zoals reeds in de inleiding gesteld is een groot opgezette beslissingsanalyse slechts zinvol wanneer het belangrijke dossiers betreft. In deze nota worden enkel een aantal elementaire technieken m.b.t. de behandeling van onzekerheid besproken.

III.1. Verhoging van de actualisatievoet met een risicofactor

Een veel gebruikte methode in de praktijk om rekening te houden met risico is het optellen van een risicofactor bij de actualisatievoet :

a* = a + risicofactor

Wanneer men de risicofactor constant houdt in de tijd impliceert deze methode dat het risicio exponentieel toeneemt met de tijd. De volgende figuur toont dit duidelijk.

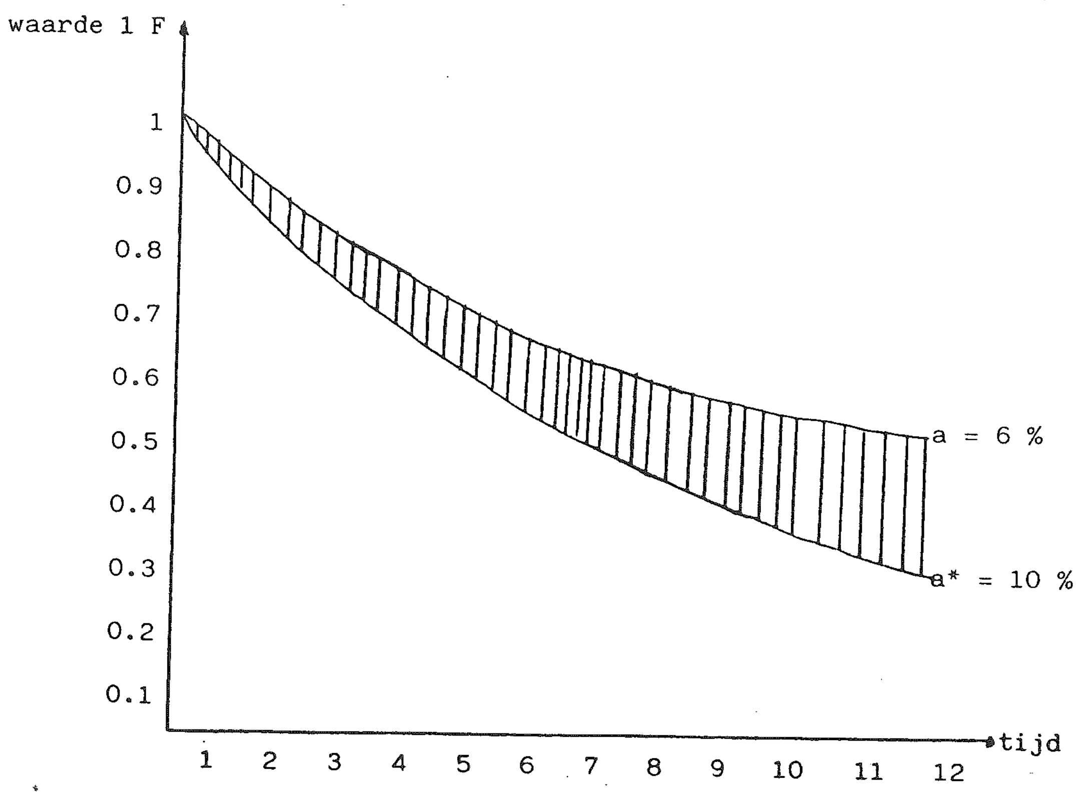
Stel : a = 6 %

risicofactor = 4 %

a* = 10 %

Het vertikaal gestreepte deel geeft het verloop van het risico in de tijd.

Figuur III.1. Actualisatievoet met risicofactor



Aan kasstromen in latere periodes wordt een hoger risico toegekend dan aan kasstromen in vroegere periodes. Dit impliceert een welbepaalde tijdsstruktuur die niet altijd geldig is. Bv. een huisgezin dat een woning wil bouwen kan met veel grotere onzekerheid in de nabije toekomst (kostprijs van de bouw b.v.) geconfronteerd worden dan in de verdere toekomst. Een bezwaar tegen de methode is dat investeringen met lange termijn baten (kosten) ten onrechte benadeeld (bevoordeeld) worden.

III.2. Statische analyse : de beslissingstabel

Een gemakkelijk hanteerbaar instrument is de beslissingstabel. Het investeringsprobleem wordt beschreven door een aantal strategieën of acties enerzijds en door een aantal mogelijke gebeurtenissen anderzijds. Het resultaat van een actie is afhankelijk van de gebeurtenis die zich voordoet. In een beslissingstabel kan men het resultaat van verschillende mogelijke combinaties van acties en gebeurtenissen voorstellen.

2.1. De uitkomsten-tabel en de verliestabel

We bespreken de methode om beslissingstabellen op te stellen aan de hand van een voorbeeld.

Voorbeeld

Een producent verkoopt een produkt met kostprijs 150 fr/stuk voor 210 fr/stuk. Zijn beslissingsprobleem is het bepalen van de produktiequantiteit elke maand. We veronderstellen dat elk stuk dat wordt verkocht een winst van 60 fr oplevert en elk stuk dat niet wordt verkocht een verlies van 150 fr betekent. De producent kan kiezen tussen een produktie van 2000, 1500 of 1000 stuks. De vraag naar het produkt kan hoog (2000), gemiddeld (1500) of laag (1000) zijn.

Met deze gegevens stellen we eerst de uitkomstentabel op. Elke kolom duidt op een mogelijke actie (produktiehoeveelheid) en elke rij op een mogelijke gebeurtenis (gevraagde hoeveelheid). Voor elke combinatie van actie en gebeurtenis berekent men het verschil tussen de winst ten gevolge van overproduktie (150 fr/stuk dat niet wordt verkocht). Dit verschil wordt opgenomen in de uitkomstentabel (pay-off tabel)

vb. produktie 2000 stuks
    vraag 1500 stuks

De producent kan 1500 stuks verkopen. Zijn winst hierop is 1500 x 60 fr = 90 000 fr. Hij heeft 500 stuks teveel geproduceerd. Dit betekent voor hem een verlies van 500 x 150 fr = 75 000 fr. Het netto resultaat dat in de uitkomstentabel verschijnt is gelijk aan 90 000 fr - 75 000 fr = 15 000fr

Uitkomstentabel

		Actie of beslissing		
		Produktie =		
Toestand of gebeurtenis	Vraag =	2 000	1 500	1 000
	2 000	120 000	90 000	60 000
	1 500	15 000	90 000	60 000
	1 000	-90 000	-15 000	60 000

Uit de uitkomstentabel kunnen we de verliestabel (loss-tabel) afleiden. Voor elke combinatie van actie en gebeurtenis wordt het "opportuniteits-verlies" berekend. Dit is het verlies dat men lijdt door niet de beste actie gekozen te hebben. We kunnen het opportunitietsverlies uit de uitkomstentabel halen door voor elke combinatie het verschil te nemen tussen het netto resultaat van deze combinatie en het maximale netto resultaat op dezelfde lijn in de tabel, dit is het netto resultaat van de optimale actie, gegeven een bepaalde toestand.

vb. produktie 2000 stuks
    vraag 1500 stuks

Het resultaat van deze combinatie is 90 000 fr. In de tabel zien we dat voor een vraag gelijk aan 2000 stuks de optimale actie een produktie van 2000 stuks met als resultaat 120 000 fr. Het opportuniteitsverlies in dit geval is gelijk aan 120 000 fr - 90 000 fr = 30 000 fr. De producent had 500 stuks te weinig geproduceerd. Hij verliest hierdoor 500 x 60 fr = 30 000 fr.

Verliestabel

Toestand of gebeurtenis		Actie of beslissing: Produktie = 2 000	1 500	1 000
Vraag =	2 000	0	30 000	60 000
	1 500	75 000	0	30 000
	1 000	150 000	75 000	0

In de verliestabel kan men de optimale actie aanduiden voor elke toestand nl. daar waar het opportuniteitsverlies gelijk is aan 0.

Deze twee tabellen geven conditionele resultaten en verliezen. Elk getal is conditioneel aan een actie en een gebeurtenis. Dit geeft geen oplossing voor het probleem van de producent, die geen zekerheid heeft over de gevraagde hoeveelheid. Om een optimale strategie te bepalen zijn een aantal methoden ontwikkeld die men kan toepassen op de tabellen. Hier worden een aantal besproken aan de hand van het voorbeeld. We bespreken enkel methoden die worden toegepast op de uitkomstentabel of de verliestabel.

2.2. Minimax-criterium

Dit criterium minimaliseert het maximale opportuniteitsverlies. In de verliestabel duidt men voor elke actie het grootste opportuniteitsverlies aan. Het minimum van deze getallen bepaalt de optimale actie. Om deze methode te illustreren hernemen we de verliestabel van het voorbeeld.

		Actie of beslissing		
		Produktie =		
Toestand of gebeurtenis		2 000	1 500	1 000
	Vraag = 2 000	0	30 000	$\boxed{60\ 000}$
	Vraag = 1 500	75 000	0	30 000
	Vraag = 1 000	$\boxed{150\ 000}$	$\boxed{75\ 000}$	0

De omkaderde getallen geven voor elke actie het maximale opportuniteitsverlies aan. Het minimum van deze getallen is 60 000 voor een produktie van 1000 stuks, welke daardoor als optimale actie wordt beschouwd. Dit is een pessimistisch criterium. De beslissingnemer bekijkt enkel de ongunstigste gevallen.

2.3. De rekenkundig gemiddelde waarde, of het rekenkundig gemiddelde opportuniteitsverlies

Wanneer we veronderstellen dat elke gebeurtenis een even grote probabiliteit heeft, is de verwachte waarde of het verwachte opportuniteitsverlies van een actie gelijk aan het rekenkundig gemiddelde. De optimale actie wordt aangeduid door de grootste verwachte waarde of het kleinste verwachte verlies.

Om de grootste verwachte waarde van het voorbeeld te vinden maken we per kolom van de uitkomstentabel de optelling en delen we de som door 3 vermits er 3 mogelijke gebeurtenissen zijn.

Verwachte waarde

Produktie 2000 : $\frac{120\ 000 + 15\ 000 - 90\ 000}{3} = 15\ 000$

Produktie 1500 : $\frac{90\ 000 + 90\ 000 - 15\ 000}{3} = 55\ 000$

Produktie 1000 : $\frac{60\ 000 + 60\ 000 + 60\ 000}{3} = \boxed{60\ 000}$

Voor het verwachte verlies passen we dezelfde werkwijze toe op de verliestabel :

Verwachte opportuniteitsverlies

Produktie 2000 : $\frac{0 + 75\ 000 + 15\ 000}{3} = 75\ 000$

Produktie 1500 : $\frac{30\ 000 + 0 + 75\ 000}{3} = 35\ 000$

Produktie 1000 : $\frac{60\ 000 + 30\ 000 + 0}{3} = \boxed{30\ 000}$

Beide toepassingen geven hetzelfde resultaat, nl. de optimale actie is een produktie van 1000 stuks, vermits de verliestabel is afgeleid van de uitkomstentabel.

Wanneer we over informatie beschikken betreffende de probabiliteiten van de mogelijke gebeurtenissen,is het beter deze informatie op te nemen in de beslissingsanalyse. Men kan een kansverdeling schatten op basis van bijvoorbeeld ervaring of onderzoek.
In het voorbeeld doet de producent een beroep op de genoteerde verkopen in de afgelopen 20 maanden :

- in 10 gevallen een vraag gelijk aan 2000 stuks
- in 6 gevallen een vraag gelijk aan 1500 stuks
- in 4 gevallen een vraag gelijk aan 1000 stuks

Hieruit kan hij de probabiliteit van elke gevraagde hoeveelheid schatten.

Gevraagd aantal stuks	Kans
2000	0.5
1500	0.3
1000	0.2

Wanneer men probabiliteiten heeft toegewezen kunnen andere methoden gebruikt worden om een optimale actie aan te wijzen.

2.4. De gebeurtenis met de grootste kans

Dit is een eenvoudig criterium. Men stemt de beslissing af op de gebeurtenis met de grootste kans en laat de andere mogelijkheden buiten beschouwing. Voor deze gebeurtenis wordt bepaald welke actie de grootste netto-waarde of het kleinst opportuniteitsverlies oplevert. Deze actie is dan de optimale. In het voorbeeld is de gebeurtenis met de grootste kans een vraag van 2000 stuks (kans 0.5). In de uitkomstentabel en de verliestabel beschouwen we dus enkel de eerste rij. De grootste netto-waarde (120 000) en het kleinste opportuniteitsverlies (0) horen bij een produktie van 2000 stuks waaruit we besluiten dat een produktie van 2000 stuks de optimale actie zou zijn.

2.5. De verwachte netto-waarde

Om de verwachte waarde te berekenen vermenigvuldigen we elk getal van de uitkomstentabel met de probabiliteit van de gebeurtenis waar het getal bij hoort. De som van de aldus verkregen getallen per actie of per kolom van de tabel geeft de verwachte waarde van elke actie. De optimale actie wordt aangeduid door de maximale verwachte waarde.

Toepassing op het voorbeeld geeft het volgende resultaat :

Verwachte waarde-tabel

			Actie of beslissing: Produktie = 2000	1500	1000
Toestand of gebeurtenis	Vraag =	Kans			
	2000	0.5	60 000	45 000	30 000
	1500	0.3	4 500	27 000	18 000
	1000	0.2	-18 000	-3 000	12 000
Verwachte waarde =			46 500	$\boxed{69\ 000}$	60 000

2.6. Het verwachte opportuniteitsverlies (expected opportunity loss)

Voor deze methode vertrekt men van de verliestabel. Deze tabel wordt omgevormd tot een expected opportunity loss tabel. In deze tabel wordt voor elke mogelijke combinatie van actie en gebeurtenis het opportuniteitsverlies voorgesteld, maar nu wordt ook rekening gehouden met de kansen van de gebeurtenissen. De expected opportunity loss-tabel wordt gevormd door de vermenigvuldiging van elk getal van de verliestabel met de kans van de gebeurtenis waarop dat getal betrekking heeft. De som van de getallen per kolom uit de E.O.L.-tabel geeft het verwachte opportuniteitsverlies. Het minimale verwachte opportuniteitsverlies duidt de optimale actie aan. We stellen de E.O.L.-tabel op voor het voorbeeld.

Expected opportunity loss-tabel

			Actie of beslissing		
			Produktie =		
Toestand of gebeurtenis			2 000	1 500	1 000
Vraag =		Kans			
	2 000	0.5	0	15 000	30 000
	1 500	0.3	22 500	0	9 000
	1 000	0.2	30 000	15 000	0
Expected opportunity loss=			55 500	$\boxed{30\ 000}$	39 000

De optimale actie is een produktie van 1500 stuks. Voor deze actie is het verwachte opportuniteitsverlies minimaal (30 000)
De beide voorgaande methoden, maximaal verwachte waarde en minimaal verwachte opportuniteitsverlies geven hetzelfde resultaat. Het voordeel van de laatste is dat het minimaal verwachte opportuniteitsverlies tegelijkertijd ook de verwachte waarde van perfecte informatie is.

2.7. De verwachte waarde van perfecte informatie

Het kan voorkomen dat de beslissingnemer voor de keuze staat de beslissing te nemen met de gegevens waarover hij beschikt of additionele informatie bij te zoeken. Hij moet de kosten van die informatie afwegen tegenover de verwachte opbrengst. Het probleem is het bepalen van de verwachte opbrengst, d.i. de verwachte waarde van de informatie.
We bepalen eerst de verwachte waarde met perfecte informatie (= verwachte waarde onder zekerheid). We veronderstellen dat we over volledige informatie zullen beschikken voordat we de beslissing moeten nemen. We zullen weten welke gebeurtenis zich gaat voordoen en kunnen de optimale actie uitkiezen. Voordat we die informatie hebben, weten we niet welke gebeurtenis zich zal voordoen. Wel kunnen we de verwachte waarde onder zekerheid berekenen door voor elke gebeurtenis de optimale waarde te vermenigvuldigen met de probabiliteit en te sommeren.
De verwachte waarde onder zekerheid wordt voor het voorbeeld als volgt bepaald :

Verwachte waarde onder zekerheid

Vraag	Optimale actie (produktie)	Waarde	Kans	Verwachte waarde
2000	2000	120 000	0.5	60 000
1500	1500	90 000	0.3	27 000
1000	1000	60 000	0.2	12 000
		Verwachte waarde onder zekerheid =		99 000

Indien we niet over informatie beschikken en dus de beslissing onder onzekerheid moeten nemen is het verwachte resultaat de maximale verwachte waarde omdat deze de optimale beslissing onder onzekerheid aanduidt. Het verschil tussen de verwachte waarde onder zekerheid en de maximale verwachte waarde onder onzekerheid geeft de waarde van perfecte informatie aan.

In het voorbeeld was de optimale actie onder onzekerheid een produktie van 1500 stuks. De verwachte waarde was gelijk aan 69 000. De verwachte waarde van perfekte informatie is dan 99 000 - 69 000 = 30 000. De kosten mogen dus niet hoger liggen dan 30 000, wil de beslissingnemer er voordeel bij halen.

Dit voorbeeld toont aan dat de verwachte waarde van perfecte informatie gelijk is aan het minimale verwachte opportuniteitsverlies. Wanneer men dus de E.O.L.-tabel opstelt kan men hieruit 2 zaken afleiden : de optimale beslissing onder onzekerheid en de verwachte waarde van perfecte informatie. Dit laatste vormt een bovengrens voor de uitgaven die men aan informatie verwerving (bv. verdere studie, steekproefcampagne, prototype ontwikkeling) kan besteden.

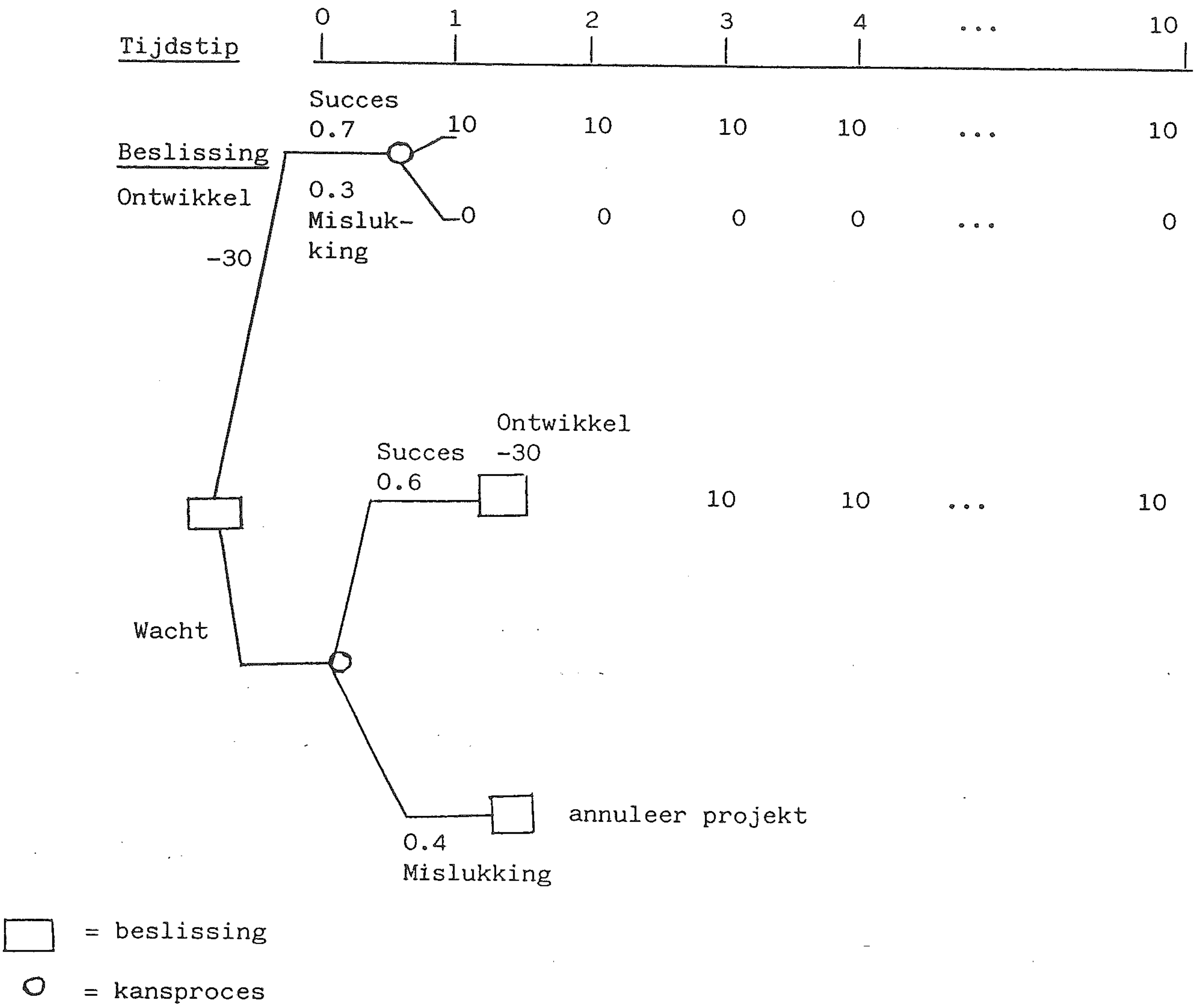
III. 3. Dynamische analyse : de beslissingsboom

In dit deel diepen we een gedachte van hoofdstuk I. verder uit : het is belangrijk de dynamische afwikkeling van een beslissingsproces goed uit te tekenen om de juiste beslissing op het juiste ogenblik te nemen. In de kosten-batenanalyse heeft men aan dit beginsel meer aandacht besteed voor de verwerking van onomkeerbaarheden, inherent aan vele projekten met betrekking tot natuurgoederen. In deze tekst trachten we de grondidee aan de hand van een meer bedrijfsgericht voorbeeld weer te geven. De essentiële les van dit voorbeeld is dat een positieve NPV-waarde niet voldoende is voor een beste beslissing vandaag.

Voorbeeld

Een onderneming bezit een braakliggend terrein zonder specifieke bestemming, kosten of opbrengsten, in de nabijheid van een winkelcentrum waarvan het succes echter nog onzeker is. De kans op dit succes wordt op 60 % geschat. Ten laatste over 2 jaar zal met zekerheid geweten zijn of het succes er komt of niet. De onderneming overweegt het terrein in haar bezit als parking in te richten. De kosten hiervan belopen 30 MF. Met een succesvol winkelcentrum in de buurt wordt op 10 MF/jaar netto inkomsten gerekend voor de komende 10 jaar; zonder dit succes kan men op geen netto-inkomsten rekenen. Verder weet men ook dat de aanwezigheid van een parkeerterrein invloed heeft op de kans op succes van het winkelcentrum. Met een parkeerterrein in de omgeving schat men de kans op succes gelijk aan 70 %.
De situatie wordt schematisch voorgesteld in een boomdiagram.
Opmerking : alle bedragen zijn uitgedrukt in constante prijzen van tijdstip 0.

Figuur Beslissingsboom



Vandaag (tijdstip 0) kan men het voorgestelde projekt uitvoeren (ontwikkel) of de beslissing uitstellen (wacht). Indien men het projekt uitvoert kan men in twee situaties belanden : een succesvol winkelcentrum (kans 0.7) genereert inkomsten van 10 MF/jaar, in het tegenovergestelde geval zijn er géén inkomsten. De verwachte waarde van een ontwikkeling bedraagt :

$$-30 + 0.7 \left(\sum_{j=1}^{10} \frac{10}{(1+a)^j} \right) + 0.3\ (0)$$

Voor a=10 % (reële actualisatievoet) betekent dit : NPV = 13,015 MF. Wanneer men de alternatieve beslissing van deze ontwikkeling (verkeerdelijk) definieert als "géén ontwikkeling" met NPV = 0 MF bestaat de beste beslissing er blijkbaar in van de parking nu te bouwen. De fout die men hierbij gemaakt heeft is dat men de voorhanden zijnde alternatieve beslissingen niet precies onderkend heeft. Het alternatief voor ontwikkeling is niet "geen ontwikkeling" maar "uitstel van beslissing". Bij de laatste weg wordt de onzekerheid opgelost na verloop van 2 jaar. De kansen die men vandaag toekent aan de aard van deze oplossing blijven : 60 % kans op succes, 40 % kans op mislukking.

Alleen bij succes zal men besluiten tot de bouw van de parking; in het andere geval is er geen ontwikkeling. In de eerst vermelde toestand bedraagt de NPV (naar vandaag geactualiseerd) :

$$NPV = \frac{1}{(1+a)^2}\left(-30 + \sum_{j=1}^{8} \frac{10}{(1+a)^j}\right)$$

Voor a = 10 % wordt dit NPV = 23,34 MF.
Zonder ontwikkeling is NPV = 0
De verwachte waarde vandaag van de beslissing "wacht", is derhalve :
(0.6)(23,34 MF) + (0.4 MF)(0) = 14,004 MF

Omdat 14,004 > 13,015 is de optimale beslissing vandaag : stel de beslissing uit tot later. Men komt slechts tot deze optimale beslissing wanneer men expliciet het dynamische karakter van de afwikkeling van beslissingen en gebeurtenissen beschouwt. Dit is vooral belangrijk wanneer projekten moeten geëvalueerd worden met onomkeerbare gevolgen (bv. de conversie van een landbouw- of natuurgebied in industrieterreinen).

III.4. Risicopreferentie van de beslissingnemer

In de hiervoor besproken methoden werden onzekerheden opgelost door het berekenen van verwachte waarden. In werkelijkheid blijken personen hun beslissingen niet af te stemmen op verwachte waarden. Een voorbeeld zal dit verduidelijken. Stel een ondernemer heeft de keuze tussen twee projekten ; een zeker en een onzeker.

Projekt	Resultaat van het projekt (netto huidige waarde)	Kans op het resultaat
1 (zekerheid)	50 MF	1.0
2 (onzekerheid)	0 MF 100 MF	0.5 0.5

De verwachte waarde van het onzekere projekt is 0.5 (0 MF) + 0.5 (100 MF) = 50 MF, dit is gelijk aan de waarde van het zekere projekt. Hieruit zouden we moeten besluiten dat de ondernemer indifferent zal zijn ten overstaan van beide projekten. Toch mogen we veronderstellen dat bijvoorbeeld een ondernemer met beperkte budgetten eerder het zekere projekt zal verkiezen dan het onzekere. Deze beslissing is het gevolg van de risico-aversie van de ondernemer. Dit voorbeeld toont aan dat we enkel met verwachte waarden mogen rekenen indien de beslissingnemer risico-indifferent is. Vooral bij belangrijke beslissingen gaat dit niet altijd op. Daarom is een methodologie nodig om risicopreferenties van personen in een investeringsanalyse te verrekenen.

Het zekerheidsequivalent

Beschouw de volgende twee projekten :

Projekt	Resultaat van het projekt (netto huidige waarde)	Kans op het resultaat
1 (zekerheid)	30 MF	1.0
2 (onzekerheid)	0 MF 100 MF	0.5 0.5

Wanneer de beslissingnemer onverschillig is t.o.v. de keuze tussen projekt 1 (de zekere uitkomst van 30 MF) en projekt 2 (de onzekere uitkomst van hetzij 0 MF, hetzij 100 MF) noemen we de zekere uitkomst het zekerheidsequivalent van de onzekere uitkomst. Het zekerheidsequivalent is een subjektieve waarde, eigen aan de beslissingnemer, en is afhankelijk van diens houding ten aanzien van onzekerheid.

De nutsfunctie

De risico-preferentie van een individu wordt voorgesteld door zijn nutsfunctie. De nutsfunctie geeft voor elke monetaire waarde de nutswaarde aan. Het opstellen van de nutsfunctie leggen we uit aan de hand van figuur III.1. Op de horizontale as staan de kasstromen (monetaire waarden) en op de vertikale as de nutswaarden. De beslissingnemer begint met twee punten vast te leggen, A en B. Hij kiest deze punten vrij. Aan de uitkomst 0 hecht hij een nutswaarde U(0) = 0, aan een uitkomst 100 hecht hij een nutswaarde U(100) = 1 vast. De schaalgroote van de nutsas kan vrij gekozen worden. Vanuit die twee punten A en B kan hij nu een volledige nutscurve coderen door telkens zijn zekerheidsequivalent voor onzekere gebeurtenissen expliciet te maken. Beschouw hetvolgdende voorbeeld:

0.5 0 MF

0.5 100 MF

Eerder hadden we verondersteld dat het zekerheidsequivalent van deze onzekerheid voor de beslissingnemer gelijk was aan 30 MF. Dit betekent dat voor hem het nut van het onzeker projekt gelijk was aan het nut van 30 MF. Het nut van een onzekerheid bepaalt men door het verwachte nut van de uitkomsten. We kunnen aldus schrijven :

$$0.5\ U(0) + 0.5\ U(100) = U(30)$$

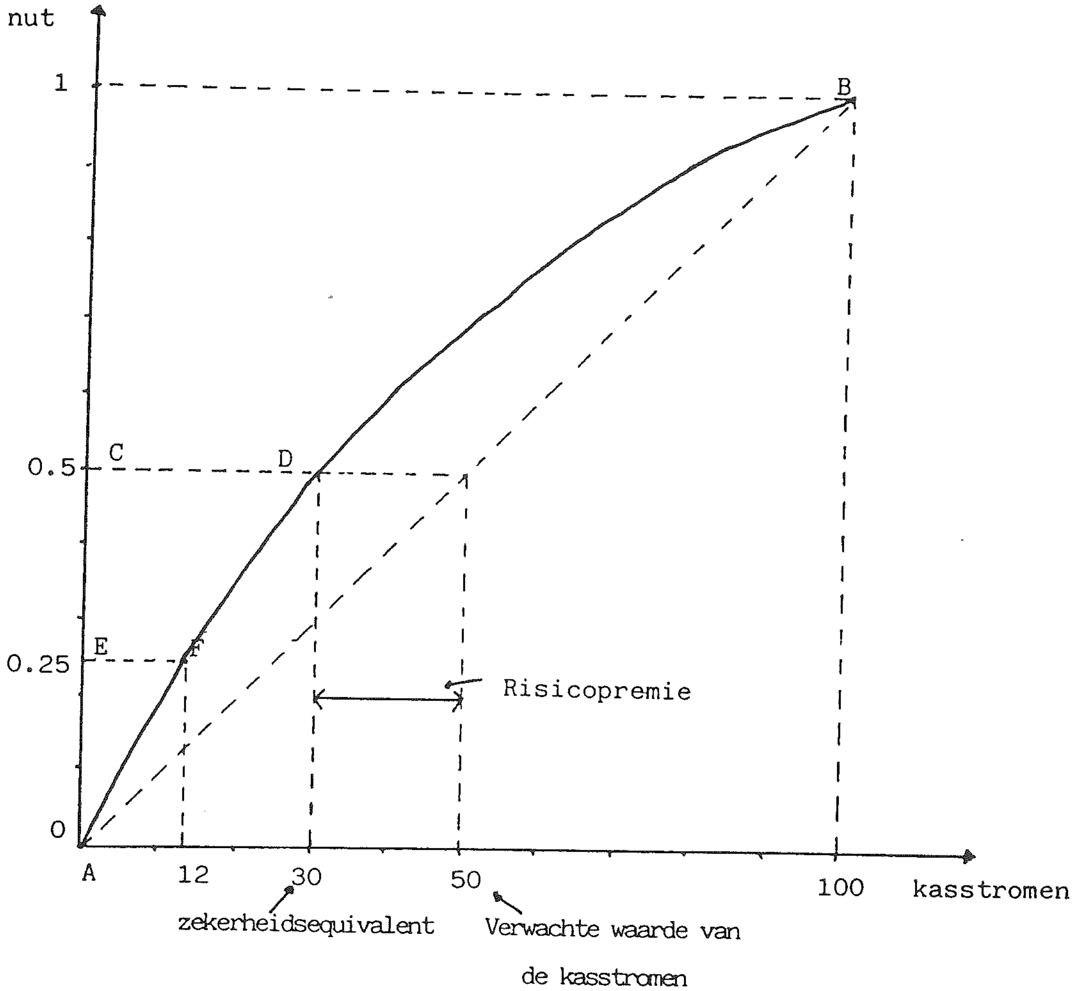
Op de figuur vinden we het verwachte nut halfweg tussen U(0) en U (100) op de vertikale as (punt C). Vermits dit verwacht nut gelijk is aan het nut van 30 levert dit ons een punt van de nutscurve op (punt D). Door voor een aantal onzekere gebeurtenissen het zekerheidsequivalent te bepalen kan de nutsfunctie gecodeerd worden. Het volgende voorbeeld zou kunnen zijn :

0.5 0 MF

0.5 30 MF

Stel het zekerheidsequivalent is 12 MF. Het verwachte nut 0.5 U(0) + 0.5 U(30) ligt halfweg tussen U(0) en U(30) (punt E) en is gelijk aan U(12). Dit geeft als resultaat punt F op de nutsfunctie.

Figuur III.1. : Nutscurve van een beslissingnemer (risico-afkeer)



Een risico-afkerig beslissingnemer heeft een concave nutsfunctie (zoals in figuur III.1.). Een risico-neutraal beslissingnemer heeft een lineaire nutsfunctie m.a.w. hij stelt het zekerheidsequivalent gelijk aan de verwachte waarde.

In een projekt-analyse met belangrijke elementen van onzekerheid moet de risicohouding van de beslissingnemer gecodeerd worden. Eenmaal dit gedaan kan de analyse verder uitgevoerd worden door de kasstromen te vervangen door hun toegekend nut (m.a.w. men vervangt de waarden van de abscisas in de figuur door hun beelden op de ordinaatas). Alle bewerkingen kunnen dan eenvoudig doorgevoerd worden (bv. gebruik van de operator verwachte waarde) op de nutswaarden. De finale uitkomst U kan dan terug geconverteerd worden in een kasstroom die het finale zekerheidsequivalent van het projekt uitdrukt.
De afstand tussen het zekerheidsequivalent en de verwachte waarde van de kasstromen wordt ook risicopremie genoemd.(In het voorbeeld is dit : 50 - 30 = 20). Deze premie drukt de betalingsbereidheid van de beslissingnemer uit om het (ongewenste) risico te vermijden.

Voorbeeld

Een projekt vereist investeringskosten van 45 MF
De opbrengsten zijn onzeker :
- bij succes 80 MF, kans 0.6
- bij mislukking 10 MF, kans 0.4

Wanneer men geen rekening houdt met risicopreferentie, berekent men de verwachte opbrengsten van het projekt als :

0.6 (80 MF) + 0.4 (10 MF) = 52 MF

We veronderstellen dat de beslissingnemer hier dezelfde is als deze waarvoor we de nutsfunctie hebben opgesteld. We kunnen de nutswaarden van de grafiek aflezen :
Verwacht nut = 0.6 (0.91) + 0.4 (0.21) = 0.63
We zoeken nu op de grafiek welke monetaire waarde met deze nutswaarde overeenkomt. We vinden 43 MF. De investeringskosten zijn gelijk aan 45 MF. Indien we rekening houden met de risico-aversie van de beslissingnemer zullen we het projekt niet uitvoeren ($43 < 45$). Stemmen we de beslissing af op enkel de verwachte waarde dan zal het projekt wel uitgevoerd worden.

Appendix : inflatie-indices

Niet neutrale inflatie betekent dat de prijzen van de diverse opbrengsten componenten niet evenredig verlopen. Bijgevolg zal men voor deze componenten afzonderlijke deflatoren opstellen. In deze appendix worden een aantal prijsindices gegeven bruikbaar bij de studie van energieprojecten. De reeksen lopen over de periode 1970 - 1982.

Volgende reeksen werden opgenomen :

a) prijsindex bij consumptie
  - algemene index
  - index van de diensten
  - index van de niet-eetbare produkten

Naast de index van diensten en niet-eetbare produkten bevat de algemene index ook nog de index van de eetbare produkten.
Deze algemene index bij consumptie ook index van de kleinhandelsprijzen genoemd, is de meest gekende in België omwille van de koppeling van de lonen, wedden, pensioenen en sociale uitkeringen eraan. De samenstelling van deze index is in de loop van de jaren regelmatig aangepast aan de consumptiegewoonten van de mens. Momenteel zijn er 401 goederen en diensten opgenomen voor de berekening van de prijsindex bij consumptie. De prijzen hiervan worden maandelijks genoteerd in verschillende lokaliteiten. Na toepassing van wegingscoëfficiënten bekomt men de prijsindex bij consumptie.

b) prijsindex van groothandelsprijzen - Industriële produkten
  - algemene index

    Deze algemene index wordt in de publicaties op twee manieren verder uitgesplitst nl.

    1. - inheemse en ingevoerde produkten
       - delfstoffen
       - metalen en metaalprodukten
       - textielprodukten
       - scheikundige produkten
       - bouwmaterialen

2. - grondstoffen
   - halffabrikaten
   - afgewerkte produkten

- buiten de algemene index werd enkel de index van de afgewerkte produkten opgenomen.

c) indexcijfer van de gemiddelde dagverdiensten van de onder de RSZ ressorterende handarbeiders uit de privé-sektor. Het gaat hier om de dagverdiensten van mannen tewerkgesteld in de nijverheid.

d) indexcijfer van de gemiddelde maandbezoldigingen van de onder de RSZ ressorterende hoofdarbeiders uit de privé-sektor. Het gaat hier eveneens om mannen tewerkgesteld in de nijverheid.

e) index van de elektriciteitsprijzen
   - laagspanning + hoogspanning
   - laagspanning
   - hoogspanning
     - industrie
     - diensten
     - totaal

f) indexcijfer van de gasprijzen
   - voor huishoudelijk gebruik
   - voor niet-huishoudelijk gebruik
   - totaal

g) indexcijfer van de prijzen van petroleumprodukten
   - gasolie
   - lichte stookolie
   - middelzware stookolie
   - zware stookolie
   - extra zware stookolie

h) Verder werden ook nog een aantal impliciete deflatoren berekend. Dit gebeurt op basis van de vergelijking van twee bestedingsreeksen die men terugvindt in de nationale rekeningen. De ene reeks wordt uitgedrukt in constante prijzen van een bepaald basisjaar de andere in lopende prijzen. De verhouding tussen beide reeksen geeft een idee van de evolutie van de prijzen en wordt impliciete deflator genoemd.

In tegenstelling met de gewone prijsindex wordt bij de impliciete deflator dus rekening gehouden met alle tarieven en bestedingen voor een bepaalde goederencategorie.

De impliciete deflatoren die werden berekend zijn :

- De BNP deflator
- De deflator van de bruto binnenlandse kapitaalvorming sektor elektriciteit, gas en water.
- deflatoren voor enkele private consumptie-uitgaven

  nl - elektriciteit
  - stadsgas en aardgas
  - stookolie, gas in flessen, hout

Tabel A 1 : prijsindexcijfers

	prijsindex bij consumptie			groothandels-prijzen Industr. prod.				elektriciteitsprijzen					gasprijzen		
	Algemeen	Diensten	Niet-eetbare produkten	Algemeen	Afgewerkte prod.	index lonen handarbeiders	index lonen hoofdarbeiders	hoogspanning + laag-spanning	laagspanning	hoogspanning industrie	hoogspanning diensten	totaal hoogspanning	huishoudelijk gebruik	niet-huish. gebruik	totaal
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
1970	42,02	35,71	44,20	51,23	54,44	27,41	28,13	40,47	54,85	33,73	38,28	34,59	40,81	30,61	41,79
1971	43,82	38,53	46,20	51,43	55,04	30,64	30,93	42,25	54,61	36,66	40,97	37,56	40,81	27,15	38,83
1972	46,22	41,47	47,49	53,33	56,94	34,37	34,57	39,07	51,18	33,03	38,34	34,14	38,33	25,97	36,85
1973	49,41	45,19	49,70	58,86	58,85	39,39	39,08	39,68	50,29	34,60	40,47	35,91	38,33	25,97	36,51
1974	55,71	51,64	56,59	70,65	69,03	47,64	46,44	48,86	56,69	46,31	52,81	47,47	42,63	28,69	40,11
1975	62,79	59,36	63,08	71,16	73,82	56,70	55,45	63,24	66,90	62,99	66,08	63,07	46,03	31,79	43,07
1976	68,55	65,65	66,83	75,05	76,65	62,78	61,78	64,41	68,56	63,60	68,34	64,06	48,13	40,29	46,72
1977	73,42	72,99	69,88	76,49	79,10	69,22	68,51	67,11	70,68	65,76	71,63	66,57	50,91	43,43	49,33
1978	76,70	79,07	72,21	76,02	79,75	74,11	73,45	68,05	71,25	65,90	72,03	67,08	51,24	43,02	49,33
1979	80,13	83,43	76,53	80,64	83,29	79,21	78,79	68,82	72,41	66,56	73,31	67,73	51,82	44,93	50,32
1980	85,46	88,20	83,44	86,12	87,70	85,63	85,34	80,11	81,31	79,46	83,60	80,24	63,49	58,53	62,51
1981	91,97	93,39	91,36	92,62	93,52	93,26	92,96	96,19	94,18	98,92	97,77	98,45	80,67	78,67	80,27
1982	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

Tabel A1 : vervolg

	prijzen petroleumprodukten				
	gasolie (16)	lichte stookolie (17)	middelzware stookol. (18)	zware stookolie (19)	extra zware st.o. (20)
1970	18,58	16,57	16,04	15,55	15,53
1971	18,73	17,78	17,30	17,12	17,34
1972	18,64	17,50	15,67	14,54	13,91
1973	20,05	18,87	16,50	15,16	14,37
1974	28,32	27,15	29,01	29,82	30,66
1975	32,52	31,46	30,55	30,86	31,16
1976	34,80	33,84	33,15	33,83	34,48
1977	35,91	35,22	34,43	35,24	35,89
1978	34,62	34,10	31,93	32,01	31,72
1980	66,11	65,99	63,85	63,74	63,84
1981	84,13	84,06	87,17	89,10	90,74
1982	100	100	100	100	100

Tabel A2 : impliciete deflatoren

	bestedingen van het nationaal produkt			
BNP (21)	Bruto kapitaal elekt. gas (22)	private cons. elektriciteit (23)	Private cons. stadsgas aardgas (24)	private cons gas in flessen, stookolie hout (25)
45,36	44,14	52,55	34,51	20,22
47,42	47,29	55,51	37,31	20,41
50,33	50,43	51,92	36,69	20,29
53,84	53,25	50,54	37,76	21,72
60,42	61,31	56,88	41,94	30,33
68,08	68,50	67,16	45,17	34,76
73,18	73,26	68,62	48,32	37,30
78,47	77,19	70,77	51,55	38,52
81,76	81,79	72,55	52,62	37,49
88,79	91,07	80,47	64,24	68,03
93,46	93,64	90,98	82,99	85,47
100	100	100	100	100

Bronnen

Reeks 1 tot 5

Tijdschrift van de Nationale Bank van België, 2de jaargang, deel I nr 6, juni 1985

reeks 6 en 7

Rijksdienst voor maatschappelijke zekerheid Jaarverslag 1970 tot 1982

reeks 8 tot 12

BFE 'Statistisch Jaarboek' 1980, 1983

reeks 13 tot 15

Verbond der gasnijverheid 'Statistisch jaarboek', 1983

reeks 16 tot 20

Gedeeltelijk gepubliceerd in 'Belgische Petroleumstatistieken' van de Belgische petroleum federatie vanaf 1978 zijn deze cijfers niet meer gepubliceerd maar werden ze meegedeeld door de federatie

reeks 21 tot 25

Koninkrijk België Ministerie van Economische Zaken
Nationaal Instituut voor de Statistiek
Statistisch Tijdschrift 1983, 69 ste jaargang, nr 7-8 juli-augustus
Statistisch Tijdschrift 1982, 68 ste jaargang, nr 5-6 mei- juni

Op basis van de historische indexreeksen worden een aantal groeivoeten geschat. Deze kunnen aangewend worden in een investeringanalyse om toekomstige kosten of baten uit te drukken in reële of nominale grootheden. De groeivoeten worden geschat met regressie-analyse.

Eerst wordt een lineair verband ondersteld : $y = b + at$

waarbij : b = constante

a = de groeivoet

y = indexreeks

Daarna wordt een dubbellogaritmische relatie getoetst : $y = ke^{at}$.

waarbij : k = constante

a = groeivoet

Enerzijds worden de schattingen uitgevoerd op de indices zoals opgenomen in tabel 1 en 2. Het gaat dan om schattingen in nominale grootheden. Voor de schattingen in reële grootheden anderzijds, worden de reeksen gedefleerd met behulp van de BNP-deflator. Doordat alle bestedingen hierin opgenomen zijn wordt deze beschouwd als de beste indicator van de evolutie van het algemeen prijspeil. De resultaten van deze schattingen vindt u in de volgende tabel.

Tabel A 3 : Geschatte groeivoeten van de prijsontwikkeling van meerdere categorieën goederen en diensten

	op basis van GEDEFLEERDE reeksen						op basis van NIET GEDEFLEERDE reeksen					
periode '70-'82	$y = b + at$			$y = k^{at}$			$y = b + at$			$y = k^{at}$		
Categorie	â	S.	R^2	â x 100	S.	R^2	â	S.	R^2	â x 100	S.	R^2
prijsindes bij consumptie												
- algemeen	0,567	0,106	0,723	0,596	0,0011	0,728	4,892	0,163	0,988	7,480	0,0026	0,9[illegible]
- diensten	1,974	0,0968	0,974	2,194	0,0011	0,974	5,660	0,155	0,992	9,078	0,0036	0,9[illegible]
- niet eetbare prod.	0,033	0,2811	0,0013	-0,044	0,0030	0,0020	4,522	0,238	0,970	6,834	0,0024	0,9[illegible]
groothandelsprijzen												
- algemeen	-1,424	0,363	0,583	-1,370	0,0035	0,585	3,907	0,249	0,957	5,513	0,0038	0,9[illegible]
- afgewerkte prod.	-1,830	0,239	0,842	-1,704	0,0022	0,843	3,785	0,193	0,972	5,180	0,0029	0,9[illegible]
lonen handarbeiders nijverheid	3,299	0,0959	0,991	4,082	0,0019	0,977	6,212	0,150	0?994	10,966	0,00475	0,98[illegible]
lonen hoofdarbeiders nijverheid	3,373	0,160	0,976	4,193	0,00279	0,954	6,256	0,139	0,995	11,077	0,00549	0,97[illegible]

	GEDEFLEERD						NIET-GEDEFLEERD					
periode 70-82	$y = b + at$			$y = ke^{at}$			$y = b + at$			$y = ke^{at}$		
	â	S	R^2	âx100	S	R^2	â	S.	R^2	âx100	S.	R^2
Elektriciteitsprijzen												
laagspanning	-1,564	0,650	0,345	-1,507	0,0064	0,333	3,783	0,442	0,869	5,377	0,0057	0,889
hoogspanning												
industrie	2,378	0,616	0,576	2,845	0,0075	0,567	5,673	0,529	0,913	9,729	0,0088	0,918
diensten	1,566	0,461	0,512	1,749	0,0053	0,500	5,373	0,399	0,943	8,633	0,0069	0,934
totaal	2,203	0,571	0,575	2,597	0?0069	0,566	5,602	0,495	0,921	9,481	0,0081	0,925
laag + hoogsp.	1,114	0,551	0,271	1,241	0,0063	0,259	5,059	0,468	0,914	8,124	0,0069	0,926
Gasprijzen												
huishoudelijk	-0,0366	0,933	0,0001	-0,193	0,0120	0,00238	3,943	0,708	0,764	6,690	0,0101	0,798
niet-huishoud.	2,306	1,002	0,325	3,249	0,0148	0,305	4,953	0,892	0?737	10,133	0,0133	0,840
totaal	0,0956	1,012	0,0008	-0,01968	0,01316	0,00002	3,985	0,817	0,684	6,864	0,0114	0,768
Petroleumprodukten												
gasolie	4,397	0,894	0,688	7,264	0,01309	0,737	6,061	0,893	0,807	14,148	0,0116	0,930
lichte stookolie	4,693	0,877	0,722	8,046	0,0127	0,786	6,199	0,893	0,814	14,930	0,0113	0,941
middelzware stook-olie	4,760	1,011	0,668	8,328	0,0157	0,718	6,194	0,999	0,778	15,212	0,0147	0,906
zware stookolie	4,885	1,060	0,659	8,677	0,0172	0,699	6,260	1,035	0,769	15,561	0,0166	0,889
extra - zware stookolie	4,909	1,122	0,635	8,733	0,0189	0,659	6,276	1,079	0,755	15,616	0,0185	0,866

	GEDEFLEERD						NIET-GEDEFLEERD					
periode 70-82	$y = b + at$			$y = ke^{at}$			$y = b + at$			$y = ke^{at}$		
	â	S	R^2	â x 100	S	R^2	â	S	R^2	â x 100	S	R^2
BNP	-	-	-	-	-	-	6,932	0,208	0,990	6,884	0,0031	0,978
Bruto kapitaal elektr., gas	0,175	0,0010	0,234	0,176	0,0096	0,235	7,058	0,187	0,990	7,060	0,0032	0,978
private consumptie												
elektriciteit	-1,579	0,0057	0,408	-1,510	0,0056	0,399	5,579	0,573	0,900	5,368	0,0049	0,915
stadsgas en aardgas	1,330	0,0118	0,105	0,959	0,0099	0,078	9,826	1,521	0,790	7,840	0,0080	0,896
gas in flessen stookolie, hout	8,219	0,0166	0,690	-6,331	0,012	0,734	17,335	2,423	0,820	13,510	0,0107	0,936

S = standaardafwijking

R^2 = determinatiecoëfficiënt; drukt de graad van aansluiting uit tussen de geobserveerde reeks en de geschatte relatie. $R^2 = 0$ betekent geen aansluiting; $R^2 = 1$ betekent een volkomen aansluiting.

Wat de resultaten van deze schattingen betreft kunnen we volgende conclusies trekken :

1. Voor de niet-gedefleerde reeksen
   - zowel voor de lineaire schatting als de exponentiële schatting bekomen we voor alle reeksen een vrij hoge graad van aansluiting
   - de geschatte groeivoeten zijn in alle gevallen significant
   - de grootte van de groeivoeten is soms sterk verschillend ngl. de de reeks. Voor gelijkaardige indexen echter is de grootte van de groeivoet ongeveer gelijk bv. voor alle petroleumprodukten is de groeivoet bij lineaire schatting ± 6 %.

2. Voor de gedefleerde reeksen.
   - De graad van aansluiting is in sommige gevallen hier vrij laag. Bepaalde gedefleerde reeksen zijn blijkbaar moeilijk lineair of exponentieel te benaderen. In de gevallen met een lage R^2 is ook de geschatte groeivoet niet significant verschillend van nul. Dit is het geval voor de gasprijzen, de bruto binnenlandse kapitaalvorming sector elektriciteit, gas en water, private consumptie van stadsgas en aardgas en de prijsindex bij consumptie van niet-eetbare produkten. De bruikbaarheid van deze laatste groeivoeten voor het maken van prognoses is dan ook nihil.

Verder dient te worden opgemerkt dat deze schattingen groeivoeten zijn ten opzichte van het referentiejaar in dit geval is dit 1982. Bovendien gaat men bij dergelijke schattingen uit van de hypothese van de gelijkmatige voortzetting van het verleden in de toekomst. Breukeffecten zullen op deze manier nooit worden ingecalculeerd.

BIBLIOGRAFIE

1 **BIERMAN, H.; SMIDT,S.** "The Capital Budgeting Decision. Economic Analysis and Financing of Investment Projects".
The Macmillan Cy, New York, 1971

2 **DURINCK, E.; FABRY, J.**"Investeringsanalyse . Een methodologische inleiding"
CBB, UFSIA, Antwerpen, 1983, 44p.

3 **FISHER, A.C.; PETERSON, F.M.** "Environment in Economies : A Survey"
The Journal of Economic Literature, 1976

4 **GLEJSER, H.; KIRSCHEN, E.S.** "Le taux d'actualisation"
Cahiers Economiques de Bruxelles, n° 107, 1985, p 351 - 383

5 **GLEJSER, H.** "Calcul du taux d'actualisation applicable aux dépenses publiques en Belgique"
Cahiers Economiques de Bruxelles, Septembre 1976, p 293 - 303

6 **HODDER, J.E.;RIGGS, H.E.** "Pitfalls in evaluating risky projects"
Harvard Business Review, Jan.-Feb. 1985

7 **HOWARD, R.A.** "Risk preference". Readings in decision analysis,
Stanford Research Institute, 1977, p 429 - 466

8 **JELEN, G.F.; BLACK, J.M.** "Cost and optimization engineering"
McGraw-Hill Book Company, New York, 1983, 538 p

9 **LAYARD, R., ed.** "Cost-Benefit Analysis. Selected Readings"
Penguin Books, 1972

10 **MATHESON, J.E.; HOWARD, R.A.** "An introduction to decision analysis"
Readings in decision analysis
Stanford Research Institute, 1977, p 5 - 44