Walter Nonneman *

Mike Smet *

Optimale schoolgrootte in Vlaanderen

Het secundair onderwijs in Vlaanderen is duur. Bovendien zijn er aanzienlijke kostprijsverschillen tussen de netten en tussen de scholen onderling. De oorzaken hiervan zijn grotendeels terug te vinden in de huidige wetgeving op de financiering van de scholen. Deze reglementering spoort immers aan tot kleinschaligheid. Uit schatting van een kostenfunctie blijkt dat er in het onderwijs aanzienlijke schaalvoordelen te realiseren zijn. In een eerste model wordt nagegaan wat de minimale efficiënte schaal is opdat een verdubbeling van de schoolgrootte zou leiden tot een relatief kleine daling van de gemiddelde kosten. Leerlingen van scholen die kleiner zijn dan deze kritische schaalgrootte worden op twee verschillende manieren (proportioneel met het aantal scholen en proportioneel met het aantal leerlingen) toegewezen aan de overblijvende scholen. In een tweede model wordt tevens rekening gehouden met de (private) vervoerskosten van de leerlingen. Aangenomen wordt dat de verplaatsingskosten per leerling toenemen met schoolgrootte (grotere scholen impliceren immers dat er minder scholen zullen zijn in een bepaalde regio). Er is dus een trade-off te maken tussen de schaalvoordelen in het organiseren van onderwijs en de schaalnadelen in de verplaatsingskosten. Minimering van de gemiddelde kostenfunctie die met beide componenten rekening houdt, leidt tot een uitdrukking voor de optimale schoolgrootte die geschreven kan worden in functie van de vaste kosten voor de school, de verplaatsingskosten per kilometer en de leerlingendichtheid. Uit beide modellen volgt dat de optimale schoolgrootte ruimschoots hoger ligt dan het huidige gemiddelde.

Inleiding

Globaal genomen is het secundair onderwijs in Vlaanderen (en België) duur: de gemiddelde kostprijs voor een leerling in het secundair is hoger dan de gemiddelde kosten per leerling in het Hoger Onderwijs Buiten de

* UFSIA (Universiteit Antwerpen)

Economisch en Sociaal Tijdschrift, 1998/3, blz. 429-457

Universiteit (HOBU). Binnen Vlaanderen zijn er echter grote verschillen wat betreft de spreiding van de middelen over de netten en tussen de verschillende scholen onderling. Een belangrijke oorzaak van de hoge kostprijs is de kleinschaligheid van de scholen. Daarom zijn recente hervormingen gericht op schaalvergroting. De vraag rijst echter hoe ver men moet gaan met fusies en schaalvergroting. In dit artikel wordt gepeild naar de optimale schoolgrootte aan de hand van twee eenvoudige modellen.

1. Beschrijving van de huidige situatie[1]

Het Vrij Gesubsidieerd Onderwijs (VGO) heeft het grootste net en telt 633 scholen met in totaal 327.771 leerlingen. Verder zijn er 276 scholen onder de ARGO-koepel (Autonome Raad voor het Gemeenschapsonderwijs), met 72.250 leerlingen, en 102 scholen in het Officieel Gesubsidieerd Onderwijs (OGO) die samen 36.540 leerlingen tellen. De scholen van het VGO zijn gemiddeld dubbel zo groot als die van de ARGO (518 leerlingen tegenover 262 leerlingen per school). Het OGO zit wat betreft schoolgrootte tussen beide in: gemiddeld 358 leerlingen. Ook wat de kosten betreft zijn er enorme verschillen tussen de netten. Zo bedragen de gemiddelde kosten per leerling in de ARGO 294.000 frank, tegenover 190.000 frank in het VGO en 228.000 frank in het OGO (indexen: ARGO 154, VGO 100, OGO 120). De samenstelling van het leerlingenbestand verklaart het grootste deel van de verschillen tussen VGO en OGO, maar niet tussen ARGO enerzijds en VGO en OGO anderzijds. Het percentage leerlingen in de duurdere richtingen technisch (TSO), beroeps- (BSO) en kunstonderwijs (KSO) bedraagt in het OGO immers 62% tegenover 39% in de ARGO en 37% in het VGO. De verschillen in gemiddelde kostprijs tussen de ARGO en het gesubsidieerd onderwijs zijn vooral te wijten aan de minimale omkadering (om de vrije keuze te garanderen) in de ARGO, en niet aan een verschil in de kostprijs van het personeel. De personeelskosten per fulltime-equivalent (FTE) zijn in de drie netten vrijwel gelijk: in de ARGO 1,38 miljoen, in het VGO 1,42 miljoen en in het OGO 1,38 miljoen.

1 Alle gegevens komen uit de databank die door het Departement Onderwijs (21/12/1995) is samengesteld ten behoeve van het onderzoeksproject *Alternatieve financieringsvormen voor het basis- en secundair onderwijs* (overeenkomst nr. 95.07).

Niet enkel tussen de drie netten maar ook tussen de scholen onderling zijn er aanzienlijke verschillen in schoolgrootte en kostprijs per leerling. De gemiddelde school heeft 432 leerlingen (met een standaardafwijking σ van 278 leerlingen). De helft van de scholen telt echter minder dan 362 leerlingen en slechts een kwart heeft meer dan 575 leerlingen. De gemiddelde kosten per leerling (over de scholen heen[2]) bedragen 235.000 frank (de standaardafwijking σ is gelijk aan 192.000 frank). Uit tabel 1 blijkt dat zowel de gemiddelde kosten als de spreiding van de gemiddelde kosten per leerling in de ARGO-scholen veel groter zijn dan in het VGO en het OGO.

Een andere opvallende vaststelling is dat kleinschaligheid (in het bijzonder scholen met minder dan 200 leerlingen) veel geld kost. Zeer kleine scholen leiden immers tot een dramatische verhoging van de gemiddelde kosten per leerling. Zo bedragen de gemiddelde globale kosten per leerling in scholen met ten hoogste 100 leerlingen meer dan 550.000 frank, dit is meer dan het dubbele dan het gemiddelde.

Tabel 1. Schoolgrootte en gemiddelde kosten per leerling.

	ARGO	VGO	OGO	TOTAAL
Gemiddelde schoolgrootte	262	518	358	432
Standaardafwijking	156	290	220	278
Gemiddelde kosten per leerling	318.735	198.571	238.012	235.355
Standaardafwijking	336.768	65.434	64.197	191.623
Gemiddelde kosten 0 - 100 leerlingen	696.808	485.759	325.293	557.620
Gemiddelde kosten 101 - 200 leerlingen	289.848	218.604	251.309	264.210
Gemiddelde kosten > 200 leerlingen	293.895	192.323	225.675	257.951

2 $GK = \frac{\sum_{i=1}^{1011} \frac{tk_i}{s_i}}{1011}$ met tk_i = de totale kosten voor school i (i=1, ...,1011) en s_i = het aantal leerlingen in school i.

2. Oorzaken van kostprijs(verschillen): kleinschaligheid

De oorzaken van de hoge kostprijs en van de grote verschillen tussen de scholen zijn grotendeels te verklaren door de huidige reglementering voor de financiering van de scholen. Een van de kenmerken van de onderwijsinstellingen in Vlaanderen is hun kleinschaligheid. De oorzaken van deze kleinschaligheid zijn vooral te vinden in de wet- en regelgeving.

Het Schoolpact, vertaald in de wet van 29 mei 1959, waarborgt de ouders een keuze tussen confessioneel en niet-confessioneel onderwijs binnen een redelijke afstand. Deze redelijke afstand werd in het koninklijk besluit van 14 maart 1960 vastgelegd op 4 kilometer voor het bewaarschoolonderwijs en het lager onderwijs, 12 kilometer voor het middelschoolonderwijs en 20 kilometer voor het middelbaar onderwijs van de lagere graad en 20 kilometer voor het middelbaar onderwijs van de hogere graad. Deze wettelijke voorziening is een eerste belangrijke oorzaak van kleinschaligheid, omdat hierdoor een aantal zeer kleine scholen in stand moeten worden gehouden om de keuzemogelijkheid te handhaven. Het huidige systeem van het secundair onderwijs in Vlaanderen wordt echter gekenmerkt door een "redelijke afstand", die ruimschoots kleiner is dan de norm uit het Schoolpact. Er zijn 1.011 (gewoon voltijds) secundaire scholen in Vlaanderen, wat neerkomt op een gemiddeld bedieningsgebied van 13,4 km² (of een gebied met een straal van minder dan 2 km).[3] Als we alleen het kleinste net (ARGO) beschouwen, komen we tot een verzorgingsgebied met een straal van iets minder dan 4 km, dit is één vierde van de voorgeschreven maximumafstand (gemiddelde van lagere en hogere graad).

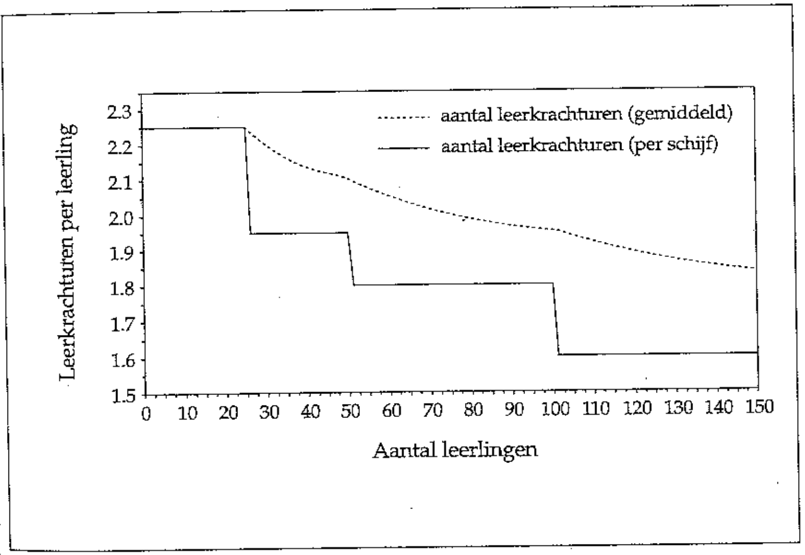
Een andere belangrijke oorzaak van kleinschaligheid ligt in de reglementering inzake omkadering. Scholen (basis- en secundair onderwijs) worden gemachtigd om volgens wettelijk vastgelegde verhoudingen een aantal leerkrachten in dienst te nemen op grond van het aantal leerlingen; dat is de omkadering. Die leerkrachten worden dan betaald door het Departement Onderwijs van het Ministerie van de Vlaamse Gemeenschap. Deze wettelijke omkadering is sterk degressief. Aan de eerste

3 De totale oppervlakte van Vlaanderen bedraagt 13.512 km². De gemiddelde grootte van het verzorgingsgebied van een typische school is dus $\frac{13.512}{1.011} = 13{,}4$ km². De straal van dit gebied is gelijk aan $r = \sqrt{\frac{Opp}{\pi}} = 2$ km.

schijf van leerlingen wordt de hoogste coëfficiënt van leerkrachtuur per leerling toegekend, de volgende schijven krijgen telkens een lagere coëfficiënt toegewezen. Figuur 1 is een voorbeeld van de degressiviteit van de omkadering in (het eerste jaar van) het secundair onderwijs (cf. Besluit van de Vlaamse Executieve van 30 juli 1990). Deze degressiviteit in de omkaderingscoëfficiënten spoort dus aan tot kleinschaligheid. Verder geven ook de grote verschillen in omkadering (en degressiviteit) tussen de verschillende opleidingen (ASO, TSO, BSO, KSO) aanleiding tot het organiseren van meer (dunbezette) opleidingen. Een ander element dat kostprijsverhogend werkt, zijn de minimale omkaderingsvoorzieningen om de vrije keuze van de ouders te verzekeren: deze minimumnormen leiden tot een (overdreven) segmentering van het aanbod. Vooral ARGO-scholen hebben er dus belang bij om relatief klein te blijven (en eventueel te splitsen) en om een zo ruim mogelijk aanbod van (dunbevolkte) richtingen aan te bieden om zo een gunstiger financiering te verkrijgen.

Dat van de reglementering inzake omkadering een zeer grote prikkel uitgaat, wordt geïllustreerd door de recente hervormingen van het HOBU. Door het decreet van 13 juli 1994 werd het stelsel van degressieve wettelijke omkadering en betaling van volgens de normen aangewor-

Figuur 1. Leerkrachtuur per leerling (eerste leerjaar A).



ven personeel door de Centrale Administratie opgeheven en vervangen door een stelsel van budgetfinanciering. Analoog met de universiteiten, wordt aan de hogescholen een budget toegekend om zowel personeelsals werkingskosten te dekken. Het toegekende budget is proportioneel met het aantal studenten, wel rekening houdend met de aard van de aangeboden opleidingen. De invoering van dit decreet veroorzaakte een golf van fusies, waarbij het aantal instellingen hoger onderwijs teruggebracht werd van meer dan 170 naar 28.

De Vlaamse regering neemt zich voor om in de legislatuur 1995-1999 fusies en samenwerkingsverbanden te bevorderen door de invoering van een alternatief financieringsmechanisme voor het secundair onderwijs. Aan secundaire scholen zal, naar analogie van hogescholen en universiteiten, een globale enveloppe worden toegekend. De vraag rijst uiteraard naar welke schoolgrootte daarbij moet worden gestreefd.

3. Optimale schoolgrootte: essentiële overwegingen

A. Kwaliteit

Een eerste essentiële overweging is uiteraard de kwaliteit van het aangeboden onderwijs. Er bestaat een uitgebreide (Amerikaanse) literatuur over het verband tussen schoolprestaties van leerlingen en inputs in het onderwijsproces (voor een overzicht van de desbetreffende literatuur, zie Hanushek, 1986). Uit deze studies, die een economische productiefunctie voor onderwijs schatten, blijkt dat de variantie in output (verschil in leerprestaties tussen leerlingen) weinig of niet gecorreleerd is met schoolgrootte, klasgrootte, opleiding van de leerkracht en ervaring van de leerkracht. Met andere woorden: deze kenmerken, die direct gelinkt zijn aan de uitgaven voor het onderwijs en grotendeels beïnvloedbaar zijn door de overheid, zijn van ondergeschikt belang in het verklaren van de prestatie van leerlingen. De determinerende factoren om kwaliteitsverschillen in de output te verklaren zijn daarentegen de sociale herkomst, de kenmerken van de "peers" (klasgenoten) en de individuele leercapaciteiten.[4] De effecten van schoolgrootte – hoewel ook een variabele die door het beleid wordt bepaald – op studieprestaties werden slechts sporadisch onderzocht. Uit deze literatuur, waarbij eveneens een productiefunctie voor onderwijs wordt geschat, volgt een vrij consistent beeld: sociaal-economische status van de leerling (of zijn ouders) is zeer belangrijk voor schoolprestatie, terwijl schoolinputs zoals omkadering, bestede middelen per leerling en schoolgrootte niet bijdragen tot schoolprestaties (Lamdin, 1995). In wat volgt wordt ervan uitgegaan dat kwaliteit niet systematisch beïnvloed wordt door schoolgrootte (zolang men hier niet in extreme waarden vervalt).

4 Een stijging van de middelen (subsidies) voor het onderwijs zal dus de economische inefficiëntie van scholen doen toenemen, omdat deze extra middelen enkel gebruikt worden voor uitgaven die niet gecorreleerd zijn met de prestaties van de leerlingen.

B. Kostprijs

Een ander belangrijk criterium zijn de globale (sociale) kosten per leerling van het schoollopen. Twee componenten zijn hier van belang, namelijk de kosten van het organiseren en verstrekken van onderwijs (gefinancierd door de overheid) en de kosten van de verplaatsing van en naar de school (grotendeels ten laste van de (ouders van de) leerlingen).

Het verstrekken van onderwijs is een repliceerbare technologie en heeft (bij gelijke omkadering) nagenoeg constante schaalopbrengsten. De gemiddelde kosten (op lange termijn) van het verstrekken van onderwijs binnen één studierichting zijn derhalve vrijwel constant. Omdat de kosten van centrale administratie zo goed als vast zijn (binnen een redelijke range van het aantal leerlingen), zijn er wel schaalvoordelen te verwachten in de administratieve en logistieke functies van een school door bijvoorbeeld een betere bezetting van lokalen, bibliotheken, laboratoria, sociale voorzieningen enz. Globaal genomen kan men derhalve verwachten dat de gemiddelde kosten per leerling voor het organiseren van een school en het verstrekken van onderwijs dalen met de schoolgrootte. Vanuit het standpunt van de onderwijskosten zou men dus grote scholen moeten bepleiten.

Grotere scholen hebben echter een schaduwzijde. Grotere scholen impliceren immers dat er, gegeven het totale aantal leerlingen in een regio, minder scholen zullen zijn in die bepaalde regio. Het gevolg hiervan is dat de leerlingen een grotere afstand zullen moeten afleggen van en naar de school. Het valt dus te verwachten dat de kosten per leerling van deze verplaatsing, namelijk kosten van vervoer, risico op ongevallen, tijdverlies enz., toenemen met de schoolgrootte. Vanuit het standpunt van de verplaatsingskosten (in ruime zin) zijn dus kleinere scholen wenselijk.

Er is, met andere woorden, een trade-off te maken tussen de schaalvoordelen die gerealiseerd kunnen worden bij het aanbieden van onderwijs en de schaalnadelen in de verplaatsingskosten: de gemiddelde organisatiekosten kennen een dalend verloop, terwijl de gemiddelde vervoerskosten toenemen met de schoolgrootte. Sommatie van deze twee kostencurves leidt tot een globale gemiddelde kostenfunctie die gekenmerkt wordt door een uitgerekte U-vorm.

4. Optimale schoolgrootte: specificatie van de modellen

Op basis van een eenvoudige kostenfunctie en aan de hand van twee modellen wordt nagegaan wat de optimale schoolgrootte in Vlaanderen is. In later onderzoek kan de kostenfunctie verfijnd worden en kan bijvoorbeeld gepoogd worden de optimale schaal van de diverse studierichtingen te bepalen. In het eerste model wordt enkel rekening gehouden met de organisatiekosten van een school (en dus niet met de verplaatsingskosten van de leerlingen). Er wordt nagegaan hoe ver men, vanuit organisatorisch standpunt, kan gaan in de exploitatie van de schaalvoordelen. In het tweede model worden tevens de verplaatsingskosten van de leerlingen in rekening gebracht. Om de vergelijkbaarheid van de resultaten te verhogen, worden in beide modellen dezelfde kostenfuncties gebruikt. Er werden twee kostenfuncties geschat (uitsluitend op basis van schoolgrootte en dus niet gediversifieerd naar studierichting). Per school zijn er vaste kosten van centrale voorzieningen en administratie (f). De onderwijskosten per leerling (marginale kosten) kunnen constant (m) worden verondersteld. Bijgevolg kunnen de totale kosten van school i met s_i leerlingen geschreven worden als:

(1) $tk_i = f + m.s_i$

met f en m de te schatten parameters.[5] Gebruik makend van doorsnedegegevens over de kosten per school en het aantal leerlingen kunnen we de parameters van deze kostenfunctie econometrisch schatten. De eerste geschatte gemiddelde kostenfunctie houdt geen rekening met het onderscheid tussen de verschillende netten:

5 Om heteroskedasticiteit te vermijden wordt deze kostenfunctie geschat op basis van de gemiddelde kosten: $gk_i = \frac{f}{s_i} + m$.

$$gk_i = \frac{28.537.819}{s_i} + 128.405$$

(2) (se) (675.155) (4.419)
(t) (42) (29)

De R^2 van deze geschatte functie bedraagt 0,64, dit wil zeggen dat 64% van de variantie in de gemiddelde kosten tussen de scholen wordt verklaard door deze kostenfunctie.

In de tweede kostenfunctie wordt bijkomend een dummy opgenomen om te corrigeren voor de verschillende financiering van de ARGO tegenover het gesubsidieerd onderwijs:

$$gk_i = \frac{13.825.588}{s_i} + \frac{22.002.150}{s_i} d_i + 150.392$$

(3) (se) (825.179) (930.778) (3.666)
(t) (17) (24) (41)

met $d_i = 1$ voor een ARGO-school en $d_i = 0$ voor een VGO- of OGO-school. Deze kostenfunctie verklaart 77% van de variantie in de gemiddelde kosten per leerling tussen de verschillende scholen.

A. Minimale efficiënte schaal en schaalvergroting

Uit het voorgaande bleek reeds dat vooral kleine scholen veel geld kosten. Het organiseren van onderwijs gaat dus gepaard met schaalvoordelen. Dit betekent dat schaalvergroting kan leiden tot een aanzienlijke besparing in de besteding van de overheidsmiddelen.

De minimale efficiënte schaal voor een samenwerkingsverband kan berekend worden door als criterium te stellen dat voor een verdubbeling van de schoolgrootte, de gemiddelde kosten per leerling slechts met ß procent mogen dalen. Dit betekent dat een verdubbeling van het leerlingenaantal leidt tot een besparing van ß procent in de gemiddelde kosten. Indien ß nu relatief klein wordt gekozen, is een grootschalige ingreep (een verdubbeling van het aantal leerlingen) niet meer te verantwoorden door een relatief kleine besparing van ß procent. Stel dat S_{ME} de minimale efficiënte schoolgrootte is, dan gelden de volgende twee vergelijkingen:

(4) $gk_{ME} = \frac{f}{S_{ME}} + m$

$$(5)\quad (1-\beta)gk_{ME}=\frac{f}{2.S_{ME}}+m$$

Na deling van (4) door (5) en verder uitwerken, kan de oplossing voor S_{ME} bekomen worden:

$$(6)\quad S_{ME}=\frac{(\frac{1}{2}-\beta)f}{\beta m}$$

In deze formule wordt S_{ME} volledig geschreven in functie van de (uit de econometrische schatting) bekende parameters f en m en de (relatief klein) te kiezen parameter ß. Indien we vertrekken van de eerste kostenfunctie (2), waarbij dus geen onderscheid gemaakt wordt tussen de ARGO-scholen en scholen uit het gesubsidieerd onderwijs, en de parameter ß gelijk gesteld wordt aan 0,1 (10 procent), dan kan de minimale efficiënte schoolgrootte berekend worden op S_{ME}=889. Is ß gelijk aan 0,05 (5 procent), dan wordt S_{ME} gelijk aan 2.000 leerlingen. Op basis van de tweede kostenfunctie (3) bedraagt S_{ME} voor de ARGO respectievelijk 953 (ß=0,1) en 2.144 (ß=0,05) leerlingen. Voor het gesubsidieerd onderwijs ligt de grens op 368 (ß=0,1) en 827 (ß=0,05) leerlingen. Deze verschillende waarden voor S_{ME} worden tevens samengevat in tabel 2. Indien de huidige financieringsstructuur gehandhaafd wordt en men zowel een confessioneel als een niet-confessioneel net wil blijven aanbieden, dan moet (volgens het criterium van de minimale efficiënte schaal) de kleinste ARGO-school twee tot drie keer zoveel leerlingen tellen als de kleinste school uit het gesubsidieerd onderwijs.

Tabel 2. Minimale efficiënte schaal.

S_{ME} op basis van:	Kostenfunctie (2)	Kostenfunctie (3)	
	TOTAAL	ARGO	VGO+OGO
(β=0,1)	889	953	368
(β=0,05)	2.000	2.144	827

Indien er een operatie zou worden doorgevoerd waarbij scholen kleiner dan de kritische schaalgrootte S_{ME} zouden verdwijnen (dit wil zeggen fuseren of toetreden tot een samenwerkingsverband), kan er een aanzienlijke besparing in de vaste kosten gerealiseerd worden. Stel dat de volgende procedure wordt gevolgd: de n scholen worden gerangschikt volgens leerlingenaantal, van klein naar groot. De kleinste school

verdwijnt en haar s_1 leerlingen worden verdeeld over de (n-1) overblijvende scholen. Elke school krijgt er dus $\frac{s_1}{(n-1)}$ leerlingen bij. In de tweede ronde worden de $s_2+\frac{s_1}{(n-1)}$ leerlingen van de school die nu het kleinste aantal leerlingen telt (oorspronkelijk de tweede kleinste school) gelijk gespreid over de (n-2) resterende scholen. Deze operatie wordt herhaald tot school k na de (k-1)de iteratie ten minste S_{ME} leerlingen telt. Er kan aangetoond worden dat school k, na (k-1) iteraties $s_k^{(k-1)}=s_k+\frac{\sum_{i=1}^{k-1}s_i}{n-(k-1)}$ leerlingen telt. Een willekeurige school m (k< m ≤ n) die oorspronkelijk s_m leerlingen telde, zal dan bestaan uit $s_m^{(k-1)}=s_m+\frac{\sum_{i=1}^{k-1}s_i}{n-(k-1)}$ leerlingen. Na deze operatie blijven er dus [n-(k-1)] scholen over.

Na een dergelijke iteratieprocedure kunnen het aantal leerlingen van de grootste school, de gemiddelde schoolgrootte, de standaardafwijking van de schoolgrootte, de (oorspronkelijke) minimale schoolgrootte nodig om dit reductieproces te overleven en het aantal overblijvende scholen afgeleid worden (al deze waarden worden samengevat in tabel 3). Indien er geen onderscheid gemaakt wordt tussen ARGO-scholen en scholen uit het gesubsidieerd onderwijs en indien S_{ME} gelijk gesteld wordt aan 889 (ß=0,1), worden er 375 scholen met gemiddeld 1.164 leerlingen behouden. Als S_{ME} 2.000 bedraagt (ß=0,05), blijven er 195 scholen over. De gemiddelde schoolgrootte bedraagt dan 2.239 leerlingen. Op basis van de S_{ME} bekomen door middel van kostenfunctie (3), zou de ARGO 66 scholen met gemiddeld 1.095 leerlingen overhouden (als S_{ME}=953). Indien de grens gelegd wordt op S_{ME}=2.144 worden er 31 ARGO-scholen met gemiddeld 2.331 leerlingen behouden. Het gesubsidieerd onderwijs daarentegen zou na een fusieoperatie 534 scholen met gemiddeld 682 leerlingen tellen (indien S_{ME}=368). Indien de minimale efficiënte schaal wordt vastgelegd op 827 leerlingen, blijven er 330 scholen over met gemiddeld 1.104 leerlingen.

Tabel 3. Minimale efficiënte schaal en gevolgen: een samenvatting.

	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Huidige situatie
Verdeling leerlingen kleinste scholen proportioneel met: Daling van gemiddelde kosten:	aantal scholen β=0,1	aantal leerlingen β=0,1	aantal scholen β=0,05	aantal leerlingen β=0,05	
Kostenfunctie (2)					
S_{ME}	889	889	2.000	2.000	
Aantal leerlingen grootste school	2.256	3.251	3.164	5.184	1.813
Gemiddelde schoolgrootte	1.164	1.373	2.239	2.646	432
Standaardafwijking	239	418	220	626	278
Oorspronkelijk minimum	450	498	657	706	8
Aantal scholen	375	318	195	165	1.011
TK-fitted (miljard BEF)	66,8	65,1	61,6	60,8	84,9
Verschil (miljard BEF)	-18,1	-19,8	-23,3	-24,1	0
Kostenfunctie (3) - ARGO					
S_{ME}	953	953	2.144	2.144	
Aantal leerlingen grootste school	1.805	3.191	2.929	5.688	1.184
Gemiddelde schoolgrootte	1.095	1.363	2.331	3.010	262
Standaardafwijking	166	458	184	917	156
Oorspronkelijk minimum	333	355	438	458	8
Aantal scholen	66	53	31	24	276
TK-fitted (miljard BEF)	13,2	12,8	12,0	11,7	20,8
Verschil (miljard BEF)	-7,6	-8,0	-8,8	-9,1	0
Kostenfunctie (3) - VGO+OGO					
S_{ME}	368	368	827	827	
Aantal leerlingen grootste school	1.890	2.097	2.173	2.939	1.813
Gemiddelde schoolgrootte	682	719	1.104	1.269	496
Standaardafwijking	260	297	239	377	286
Oorspronkelijk minimum	296	320	468	512	14
Aantal scholen	534	507	330	287	735
TK-fitted (miljard BEF)	62,2	61,8	59,4	58,8	67,8
Verschil (miljard BEF)	-5,6	-6,0	-8,4	-9,0	0

Een tweede mechanisme om de leerlingen van de kleinste scholen te verdelen over de grotere is het volgende: de scholen worden opnieuw gerangschikt van klein naar groot. De s_1 leerlingen van de kleinste school worden dit keer proportioneel met het aantal leerlingen verdeeld over de (n-1) overblijvende scholen. Na deze eerste ronde zal school j bestaan uit $s_j^{(1)} = s_j + \frac{s_j}{\sum_{i=2}^{n} s_i} s_1$ leerlingen. Deze procedure wordt opnieuw herhaald tot school k na (k-1) iteraties minstens S_{ME} leerlingen heeft.

School k zal dan exact $s_k^{(k-1)} = \frac{s_k \sum_{i=1}^{n} s_i}{\sum_{i=k}^{n} s_i}$ leerlingen tellen.

School m (k < m ≤ n) bestaat dan uit $s_m^{(k-1)} = \frac{s_m \sum_{i=1}^{n} s_i}{\sum_{i=k}^{n} s_i}$ leerlingen.

Gebruik makend van dit tweede verdelingsmechanisme en met S_{ME} gelijk aan 889 zullen er (op basis van kostenfunctie (2)) 318 scholen met gemiddeld 1.373 leerlingen overblijven. Als S_{ME} gelijk wordt gesteld aan 2.000, worden 165 scholen met gemiddeld 2.646 leerlingen behouden. Indien een onderscheid gemaakt wordt tussen ARGO-scholen en scholen uit het gesubsidieerd onderwijs, zullen de 53 overblijvende ARGO-scholen gemiddeld 1.363 leerlingen tellen (S_{ME}=953). Indien S_{ME}=2.144 zal de ARGO 24 scholen met gemiddeld 3.010 leerlingen behouden. De 507 overblijvende scholen in het gesubsidieerd onderwijs zullen gemiddeld 719 leerlingen hebben (S_{ME}=368). Indien het S_{ME}-criterium wordt vastgelegd op 827 leerlingen, blijven er 287 scholen over. De gemiddelde schoolgrootte bedraagt dan 1.269 leerlingen.

Indien de totale kosten voor de overblijvende scholen berekend worden via de geschatte kostenfunctie:

(7) $tk_i = 28.537.819 + 128.405 s_i$

dan blijkt dat er door een aanzienlijke reductie van de vaste kosten een besparing gerealiseerd kan worden van 18 tot 24 miljard frank. Dit betekent dat door een dergelijke operatie meer dan twintig procent van het huidige budget vrij zou komen. Tabel 3 geeft een samenvatting van de resultaten bekomen bij de voorgestelde benaderingen om leerlingen van de kleinste scholen te spreiden over de grotere scholen. In het mechanisme waarbij de leerlingen van de kleinste scholen proportioneel met het aantal leerlingen van de overblijvende scholen verdeeld worden, zal de gemiddelde school het grootste aantal leerlingen tellen en zullen er dus minder scholen overblijven. De gemiddelde schoolgrootte wordt, naargelang van het S_{ME}-criterium en het verdelingsmechanisme, opgetrokken van de huidige 432 leerlingen naar het drie- tot zesvoudige. Het minimale aantal leerlingen dat een school in de huidige situatie moet hebben om een dergelijke operatie te overleven varieert van 450 in model 1 tot ruim 700 leerlingen in model 4 (ter vergelijking: de huidige kleinste school telt 8 leerlingen).

Indien gekozen wordt voor de optie om twee overlappende netten (confessioneel en niet-confessioneel onderwijs) aan te bieden, kan door middel van de totale kostenfunctie:

(8) $tk_i = 13.825.588 + 22.002.150 d_i + 150.392 s_i$

berekend worden dat er in de ARGO-scholen een besparing gerealiseerd kan worden van 7,5 tot 9 miljard frank. De kostenreducties in het gesubsidieerd onderwijs zijn relatief gezien minder groot en variëren van 5,5 tot 9 miljard. De totale besparing van een dergelijke schaalvergrotingsoperatie in beide netten ligt tussen 13 en 18 miljard frank per jaar, dit is vijftien tot twintig procent van het geschatte huidige budget. Een samenvatting van de bekomen resultaten (S_{ME}, aantal leerlingen in de grootste school, gemiddelde schoolgrootte en standaardafwijking, aantal overblijvende scholen en kostprijs), opgesplitst naar gebruikte kostenfunctie en verdelingsmechanisme, wordt gegeven in tabel 3. Ter vergelijking worden tevens de kerngegevens betreffende de huidige situatie weergegeven.

B. Organisatie- versus transportkosten

Een tweede model, dat ook de vervoerskosten in rekening brengt, kan als volgt worden opgezet. Een eerste component van de totale kostenfunctie zijn de kosten van het organiseren van een school. Deze kosten (tk_1) kunnen voor school i met s_i leerlingen geschreven worden als:

(9) $tk_{1i} = f + m.s_i$

De tweede component van de totale kostenfunctie zijn de verplaatsingskosten van en naar de school. De vervoerskosten in functie van schoolgrootte zijn echter moeilijk econometrisch te verifiëren. Data over verplaatsingskosten van de gemiddelde leerling van een school zijn immers vrijwel onmogelijk te verzamelen. Toch kan een specificatie van deze functie afgeleid worden mits een aantal vereenvoudigende veronderstellingen worden gevolgd. Stel dat in een streek met oppervlakte A een aantal leerlingen L school moeten lopen. De dichtheid D – uitgedrukt in leerlingen/km² – is dan D=L/A. Om het gebied in te delen in deelgebieden wordt gebruik gemaakt van een honingraatpatroon, dat bestaat uit N identieke aaneensluitende gelijkzijdige zeshoeken. Aangenomen wordt dat zich in het centrum van iedere zeshoek een school bevindt. Als er N scholen zijn, dan is de gemiddelde schoolgrootte S=L/N leerlingen. De oppervlakte van een dergelijk typisch rekruteringsgebied (als de zijde r van de gelijkzijdige zeshoek bekend is) kan berekend worden op:

(10) $A_s = \frac{3}{2}.r^2.\sqrt{3}$

De zijde van een typische zeshoek kan hieruit worden berekend. Verder geldt ook dat A_s=A/N. Na substitutie van A door L/D en van N door L/S en na wat algebra vindt men dat de zijde r gelijk is aan:

(11) $r = \sqrt{\frac{2}{3\sqrt{3}}.\frac{S}{D}}$

Wat is nu de gemiddelde afstand die de leerlingen die wonen in een van deze zeshoeken afleggen naar de school die gelegen is in het middelpunt? Aangezien in een regelmatige zeshoek de zijde r tevens gelijk is aan de straal van de omgeschreven cirkel, kan de gemiddelde afstand d die de leerlingen afleggen naar de school berekend worden op (zie appendix 1):

(12) $d = (\frac{1}{3} + \frac{1}{4}.\ln 3).r = 0{,}377\sqrt{\frac{S}{D}}$

Indien we twee verplaatsingen per dag over 200 dagen per schooljaar veronderstellen, dan zijn de totale verplaatsingskosten (tk_2) voor de s_i leerlingen van school i gelijk aan:

(13) $tk_{2i} = (0{,}377).(2).(200).k.D^{-\frac{1}{2}}.s_i^{\frac{3}{2}}$

waarbij k gelijk is aan de verplaatsingskosten per km.

Met deze specificatie zijn de globale gemiddelde kosten voor school i met s_i leerlingen, namelijk de schoolkosten per leerling vermeerderd met de verplaatsingskosten per leerling, gelijk aan:

$$(14) \quad gk_i = \frac{f}{s_i} + m + 150.k.\sqrt{\frac{s_i}{D}} = gk_{1i} + gk_{2i}$$

Minimering van deze globale gemiddelde kosten per leerling leidt tot de volgende uitdrukking voor optimale schoolgrootte:

$$(15) \quad S^* = \left(\frac{f}{75k}\right)^{\frac{2}{3}}.D^{\frac{1}{3}}$$

Uit dit model volgen onmiddellijk een aantal conclusies: hoe hoger de vaste kosten van een school (f), des te groter de optimale schoolgrootte. Lage verplaatsingskosten per km (k) verantwoorden eveneens een grotere school. Een hoge leerlingendensiteit (D) ten slotte impliceert tevens een grotere optimale school. Bovendien kunnen uit de voorgaande formule ook onmiddellijk een aantal waarden van elasticiteiten worden vastgesteld. Tussen de optimale schoolgrootte en de leerlingendichtheid: $\varepsilon_{S^*D} = \frac{1}{3}$, tussen de optimale schoolgrootte en de verplaatsingskosten per kilometer: $\varepsilon_{S^*k} = -\frac{2}{3}$ en tussen de optimale schoolgrootte en de totale administratieve kosten van schoolorganisatie: $\varepsilon_{S^*f} = \frac{2}{3}$.

Voor het bepalen van de optimale schoolgrootte dienen de parameters (f en k) vastgelegd te worden. De waarde van f wordt bekomen uit de schattingen van de gemiddelde kostenfuncties (2) en (3). Verder dienen de verplaatsingskosten per kilometer te worden geraamd. De gemiddelde kosten worden (voorlopig) geraamd op 10 frank/km. Dit komt ongeveer overeen met de gemiddelde kosten per kilometer autovervoer. Deze waarde is echter bijzonder onzeker. Leerlingen uit het secundair onderwijs verplaatsen zich immers met diverse modi van vervoer met verschillende gebruikskosten. De vraag rijst ook of hier geen kosten van tijd verrekend moeten worden. In ieder geval zal een sensitiviteitsanalyse noodzakelijk zijn.

Bij het bepalen van de optimale schoolgrootte moet ook rekening gehouden worden met regionale variaties in leerlingendensiteit. Uit arrondissementele gegevens voor Vlaanderen blijkt de (globale) densiteit te variëren tussen 8 leerlingen/km² in het arrondissement Diksmuide en 76

leerlingen/km² in het arrondissement Brussel Hoofdstad. De gemiddelde densiteit bedraagt 32 leerlingen/km². Als de keuze tussen confessioneel en niet-confessioneel onderwijs behouden moet blijven, moeten ook de leerlingendichtheden van ARGO en gesubsidieerd onderwijs berekend worden (ARGO: gemiddeld 5 leerlingen/km², laagste: 1 leerling/km² in Tielt en hoogste: 19 leerlingen/km² in Brussel Hoofdstad; VGO+OGO: gemiddeld 27 leerlingen/km², laagste: 6 leerlingen/km² in Diksmuide en hoogste: 58 leerlingen/km² in Brussel Hoofdstad). De leerlingendichtheden opgesplitst naar arrondissement en provincie worden weergegeven in de tabel in appendix 2.

Op basis van deze drie componenten (de vaste kosten voor het organiseren van een school (f), de vervoerskosten per kilometer (k) en de leerlingendensiteit per regio (D)) kan de optimale schoolgrootte berekend worden. De resultaten, alsmede hun sensitiviteit voor veranderingen in de determinerende variabelen, worden, voor beide kostenfuncties, weergegeven in tabel 4.[6] In het referentiemodel bedraagt de optimale schoolgrootte 3.587 leerlingen. Dit betekent dat scholen ruim acht keer zo groot zouden moeten zijn dan het huidige gemiddelde. Indien men echter twee overlappende netten wenst aan te bieden, dan telt een optimale ARGO-school gemiddeld 2.289 leerlingen en een school uit het gesubsidieerd onderwijs 2.084 leerlingen. ARGO-scholen moeten dan met bijna factor negen groeien, terwijl de overige scholen gemiddeld ruim vier keer zo groot zouden moeten worden. Wil men maar één net aanbieden, dan situeert de range van de optimale schoolgrootte zich op grond van deze analyse tussen 2.300 en 4.800 leerlingen, afhankelijk van de precieze hypothesen over de determinanten. Indien men twee volwaardige netten ondersteunt, varieert de optimale schoolgrootte voor de ARGO van 1.400 tot 3.500 leerlingen. Een school uit het gesubsidieerd onderwijs zou dan tussen 1.250 en 2.700 leerlingen tellen. Deze ruime ranges zijn te verklaren door het feit dat de grenzen ervan worden bepaald door de extreme waarden van leerlingendichtheid.

6 De lage (hoge) vaste kosten worden bekomen door van de geschatte vaste kosten twee maal de standaardafwijking af te trekken (op te tellen). Voor de ARGO werd tevens rekening gehouden met de covariantie tussen de geschatte vaste kosten en de dummy voor de vaste kosten van de ARGO (deze covariantie is gelijk aan -5,79e11). De lage (hoge) leerlingendensiteit is die van het arrondissement met de laagste (hoogste) dichtheid. De lage (hoge) vervoerskosten zijn arbitrair vastgelegd op 7,5 (12,5) frank per kilometer.

Tabel 4. Sensitiviteitsanalyse van optimale schoolgrootte.

	Determinanten	TOTAAL	ARGO	VGO+OGO
Referentie	f_{TOT}=28,5 f_{ARGO}=35,8 $f_{VGO+OGO}$=13,8 D_{TOT}=32 D_{ARGO}=5 $D_{VGO+OGO}$=27 k=10	3.587	2.289	2.084
Lage vaste kosten	f_{TOT}=27,2 f_{ARGO}=34,6 $f_{VGO+OGO}$=12,2	3.473	2.236	1.914
Hoge vaste kosten	f_{TOT}=29,9 f_{ARGO}=37,1 $f_{VGO+OGO}$=15,5	3.699	2.342	2.246
Lage densiteit	D_{TOT}=8 D_{ARGO}=1 $D_{VGO+OGO}$=6	2.279	1.403	1.251
Hoge densiteit	D_{TOT}=76 D_{ARGO}=19 $D_{VGO+OGO}$=58	4.802	3.483	2.700
Lage ver-voerskosten	k=7,5	4.346	2.774	2.524
Hoge ver-voerskosten	k=12,5	3.091	1.973	1.796

We moeten opmerken dat, indien de kostenparameters (f en k) voor het confessioneel en niet-confessioneel onderwijs gelijk zijn, de gemiddelde optimale schoolgrootte voor Vlaanderen in het niet-confessioneel onderwijs meer dan 40 procent kleiner is dan in het confessioneel onderwijs.[7] Indien, met andere woorden, dezelfde financiering zou gelden voor ARGO-scholen als voor scholen uit het gesubsidieerd onderwijs, dan zijn kleinere ARGO-scholen toch te verantwoorden door het feit dat de leerlingendichtheid in de ARGO lager is dan in het gesubsidieerd onderwijs.

Uit tabel 5 blijkt dat de globale gemiddelde kosten per leerling relatief ongevoelig zijn voor de schoolgrootte binnen deze berekende range. Enkel in ARGO-scholen zullen de gemiddelde kosten met meer dan één procent stijgen ten opzichte van het optimum. De reden van deze ongevoeligheid is het relatief hoge belang van de variabele onderwijskosten per leerling (m) en het tegengestelde effect dat schoolgrootte heeft op de

7 De verhouding $S_{\text{niet-confessioneel}}$ versus $S_{\text{confessioneel}}$ is gelijk aan $(L_{\text{niet-confessioneel}}/L_{\text{confessioneel}})^{1/3}$:

$$\frac{S_{ARGO}}{S_{(V+O)GO}} = \left(\frac{D_{ARGO}}{D_{(V+O)GO}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{L_{ARGO}}{L_{(V+O)GO}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{71.964}{364.311}\right)^{\frac{1}{3}} = 0,58$$

globale gemiddelde kosten. Een groter aantal leerlingen zal immers enerzijds tot gevolg hebben dat de vaste kosten (f) beter gespreid worden, anderzijds zullen meer leerlingen per school de vervoerskosten opdrijven.

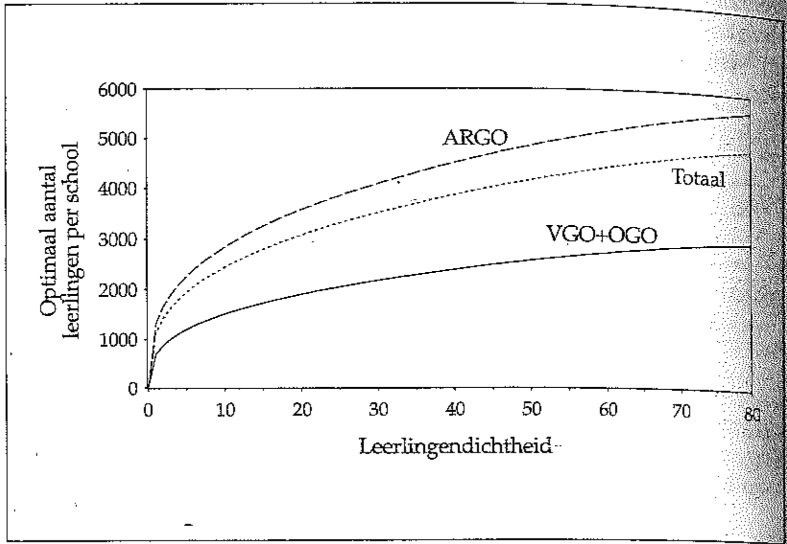
Tabel 5. Sensitiviteit van de gemiddelde kosten voor de schoolgrootte.

	TOTAAL			ARGO			VGO+OGO		
	s_i	gk_i	Δ Ref	s_i	gk_i	Δ Ref	s_i	gk_i	Δ Ref
Referentie	3.587	152.242		2.289	198.139		2.084	170.204	
Weinig leerlingen	2.279	153.586	+0,9%	1.403	201.055	+1,5%	1.251	171.654	+0,9%
Veel leerlingen	4.802	152.723	+0,3%	3.483	202.268	+1,1%	2.700	170.513	+0,2%

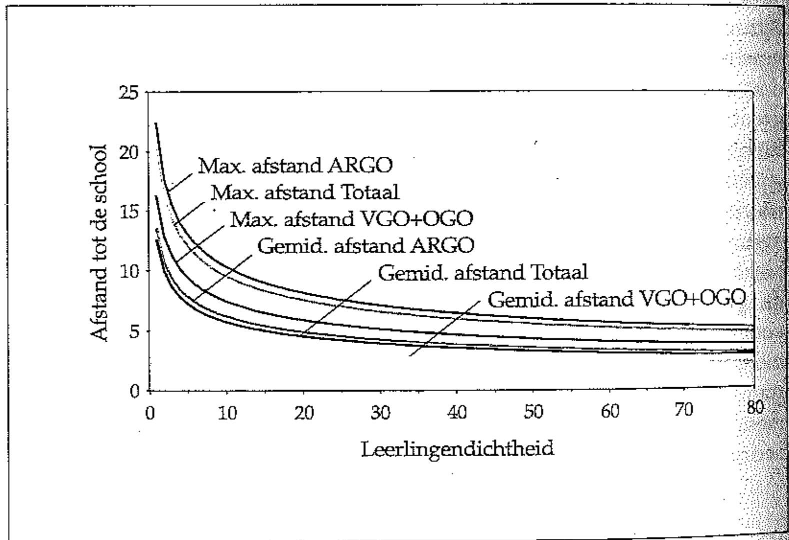
Deze trade-off tussen de dalende gemiddelde organisatiekosten en de stijgende gemiddelde vervoerskosten resulteert in globale gemiddelde kosten met een langgerekte U-vorm en met een vrijwel horizontaal verloop binnen een ruime range.

Voor de precieze effecten van regionale variaties in de densiteit op de optimale schoolgrootte en op de gemiddelde en de maximale afstand tot de school wordt verwezen naar de tabel in appendix 2. In deze tabel worden de effecten van de verschillen in leerlingendichtheid weergegeven voor beide kostenfuncties. De gemiddelde afstand d is berekend zoals in formule (12). De maximale afstand r is gelijk aan de straal van de omgeschreven cirkel van de regelmatige zeshoek en kan bepaald worden door middel van formule (11). In figuur 2 wordt de optimale schoolgrootte in functie van de leerlingendichtheid grafisch voorgesteld. Hieruit blijkt nogmaals dat de optimale schoolgrootte (minder dan proportioneel) toeneemt met de leerlingendensiteit. Het effect van densiteit op de gemiddelde afstand tot de school, wanneer wordt gekozen voor de optimale schoolgrootte, wordt in figuur 3 weergegeven. Uit deze figuur blijkt dat, voor de plausibele waarden van de leerlingendichtheid, mits de optimale schoolgrootte wordt ingevoerd en indien leerlingen opteren voor de dichtstbijzijnde school, de gemiddelde afstand die een leerling moet afleggen nooit meer dan 6,5 kilometer bedraagt. De maximale afstand is dan iets meer dan 10 kilometer (in Diksmuide, het arrondissement met de laagste dichtheid). De gemiddelde afstand voor Vlaanderen bedraagt 4 kilometer.

Figuur 2. Optimale schoolgrootte in functie van de leerlingendichtheid.



Figuur 3. Gemiddelde en maximale afstand tot de school in functie van de leerlingendichtheid.



Indien twee afzonderlijke netten worden aangeboden, dan bedraagt de gemiddelde afstand tot een ARGO-school in Vlaanderen iets minder dan 8 kilometer. In de arrondissementen met de laagste ARGO-leerlingendichtheid (1 leerling per vierkante kilometer in Tielt) loopt deze gemiddelde afstand op tot bijna 13 kilometer. De maximale afstand die een leerling in dit geval zou kunnen afleggen is ruim 21 kilometer. In de praktijk zullen deze afstanden echter lager liggen, omdat in een groot aantal arrondissementen de optimale schoolgrootte voor de ARGO groter is dan het aantal effectieve leerlingen in ARGO-scholen in deze regio's. In de tabel van appendix 2 worden deze arrondissementen aangeduid met een asterisk (*). Zo wordt de maximumafstand voor een ARGO-leerling in Tielt door de oppervlakte van het arrondissement fysiek gelimiteerd tot 11 kilometer.

In het gesubsidieerd onderwijs bedraagt de gemiddelde afstand voor Vlaanderen iets meer dan 3 kilometer. De maximale afstand in het arrondissement met de laagste dichtheid (Diksmuide) bedraagt iets meer dan 9 kilometer (zie ook de tabel in appendix 2).

Conclusie

Op grond van de voorgaande analyses kunnen we besluiten dat de optimale schoolgrootte drie- tot tienmaal de huidige gemiddelde schoolgrootte bedraagt (met de meest extreme criteria). Indien een onderscheid gemaakt wordt tussen ARGO- en gesubsidieerd onderwijs, blijkt dat in het optimum ARGO-scholen vier- tot dertienmaal groter zouden moeten zijn dan hun huidige gemiddelde schaal. Het gesubsidieerd onderwijs daarentegen zou slechts met een factor anderhalf tot vijf moeten groeien. Deze ruime ranges zijn te verklaren door het feit dat de grenzen ervan worden bepaald door de extreme waarden van leerlingendichtheid. Het is echter ook van belang te benadrukken dat de gemiddelde kosten per leerling – eens een voldoende schaal van schoolgrootte wordt bereikt – weinig sensitief is voor de gekozen schoolgrootte. Het zijn dus vooral de kleinste scholen die veel geld kosten. Handhaving van de vrije keuze impliceert bovendien dat een schoolnet moet worden uitgebouwd voor leerlingen met een specifieke preferentie voor hetzij niet-confessioneel, hetzij confessioneel onderwijs.

Referenties

BLAUG, M. (1992), *The Economic Value of Education: Studies in the Economics of Education*, The International Library of Critical Writings in Economics, Aldershot, Edward Elgar Publishing, 537 blz.

ARNOTT, R. en J. ROWSE (1987), "Peer group effects and educational attainment", *Journal of Public Economics*, jg. 32, nr. 3, blz. 287-305.

BECKER, G.S. (1993), *Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis with Special Reference to Education*, 3de editie, Chicago, The University of Chicago Press, 390 blz.

BEE, M. en P.J. DOLTON (1985), "Costs and economies of scale in UK private schools", *Applied Economics*, jg. 17, nr. 2, blz. 281-290.

CALLAN, S.J. en R.E. SANTERRE (1990), "The production characteristics of local public education: a multiple product and input analysis", *Southern Economic Journal*, jg. 57, nr. 2, blz. 468-480.

COLEMAN, J.S. et al. (1966), *Equality of Educational Opportunity: Summary Report*, Washington, DC, U.S. Government Printing Office.

DOUGHERTY, C.R.S. (1990), "Unit costs and economies of scale in vocational and technical education: evidence from the People's Republic of China", *Economics of Education Review*, jg. 9, nr. 4, blz. 389-394.

GYIMAH-BREMPONG, K. en A.O. GYAPONG (1992), "Elasticities of factor substitution in the production of education", *Economics of Education Review*, jg. 11, nr. 3, blz. 205-217.

HANUSHEK, E.A. (1986), "The economics of schooling: production and efficiency in public schools", *Journal of Economic Literature*, jg. 24, nr. 3, blz. 1141-1177.

JIMENEZ, E. (1986), "The structure of educational costs: multiproduct cost functions for primary and secondary schools in Latin America", *Economics of Education Review*, jg. 5, nr. 1, blz. 25-39.

JONES, G. (1993), *The Economics of Education*, Houndmills, Macmillan Press, 247 blz.

KOSHAL, R.K. en M. KOSHAL (1995), "Quality and economies of scale in higher education", *Applied Economics*, jg. 27, nr. 8, blz. 773-778.

LAMDIN, D.J. (1995), "Testing for the effect of school size on student achievement within a school district", *Education Economics*, jg. 3, nr. 1, blz. 33-42.

LAMDIN, D.J. (1996), "Evidence of student attendance as an independent variable in education production functions", *The Journal of Educational Research*, jg. 89, nr. 3, blz. 155-162.

NELSON, R. en K.T. HEVERT (1992), "Effect of class size on economies of scale and marginal costs in higher education", *Applied Economics*, jg. 24, nr. 5, blz. 473-482.

PSACHAROPOULOS, G. (1987), *Economics of Education: Research and Studies*, Oxford, Pergamon Press, 482 blz.

TOMA, E.F. (1996), "Public funding and private schooling across countries", *The Journal of Law and Economics*, jg. 39, nr. 1, blz. 121-148.

WATT, P.A. (1980), "Economies of scale in schools: some evidence from the private sector", *Applied Economics*, jg. 12, nr. 2, blz. 235-242.

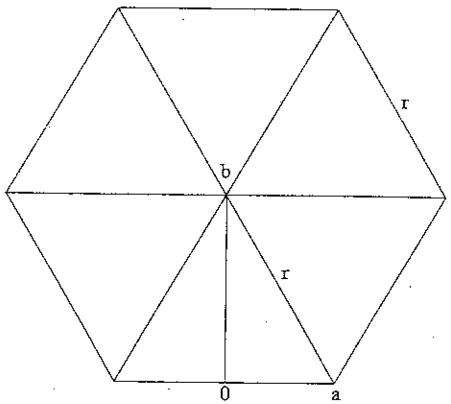
Abstract
Optimum School Size in Flanders

Secondary education in Flanders is expensive. In addition the system is characterised by considerable differences in cost structure between school types and between schools. One of the main causes is the current mechanism of school financing. This regulation leads to small-scale schools. Estimation of a cost function shows that considerable economies of scale could be realised. In the first model the minimum efficient scale is calculated such that doubling school size would lead to a relatively small reduction in average cost only. Students of schools smaller than this critical scale are assigned in two different ways (proportional with the number of schools and proportional with school size) to the remaining schools. In the second model the cost of transport is taken into account. We suppose that the cost of transport increases with school size (larger schools imply less schools in a given area). There is a trade-off between economies of scale in organising education and diseconomies of scale in transport costs. Minimising an average cost function which takes into account both components yields an expression for optimum school size: it will depend on the fixed cost, the transport cost and the student density. Both models show that the optimum school size is far above the actual average.

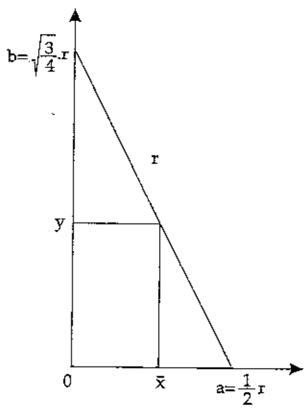
Appendix 1. Berekening van de gemiddelde afstand tot het middelpunt van een zeshoek.

Een regelmatige zeshoek kan opgesplitst worden in zes gelijkzijdige driehoeken, die elk op hun beurt verdeeld kunnen worden in twee rechthoekige driehoeken.

Figuur 1. Een typische zeshoek uit het honingraatpatroon



Figuur 2. Berekening van de gemiddelde afstand tot b



met $y = b - \frac{b}{a}\bar{x} \Rightarrow \bar{x} = \frac{a(b-y)}{b}$

De afstand van een willekeurig punt x tot b kan als volgt berekend worden:

$$D(x) = \sqrt{x^2 + (b-y)^2}$$

We nemen aan dat de bevolking uniform verdeeld is over de oppervlakte van de zeshoek (en dus ook over de driehoek van figuur 2).

De dichtheidsfunctie is dan: $f(x) = \frac{1}{\bar{x}}$

De gemiddelde afstand tot b (voor individuen op het lijnstuk $[0, \bar{x}]$) is gelijk aan:

$$D(y) = \int_0^{\bar{x}} f(x).D(x).dx$$

$$= \int_0^{\bar{x}} \frac{1}{\bar{x}} \sqrt{x^2 + (b-y)^2}.dx$$

$$= \frac{1}{\bar{x}} \left[\frac{x}{2} \sqrt{x^2 + (b-y)^2} + \frac{(b-y)^2}{2}.\ln\left(x + \sqrt{x^2 + (b-y)^2}\right) \right]_0^{\bar{x}}$$

$$= \frac{1}{\bar{x}} \left[\frac{\bar{x}}{2} \sqrt{\bar{x}^2 + (b-y)^2} + \frac{(b-y)^2}{2}.\ln\left(\bar{x} + \sqrt{\bar{x}^2 + (b-y)^2}\right) - \frac{(b-y)^2}{2}.\ln\left(\sqrt{(b-y)^2}\right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\bar{x}^2 + (b-y)^2} + \frac{(b-y)^2}{2\bar{x}}.\ln\left(\bar{x} + \sqrt{\bar{x}^2 + (b-y)^2}\right) - \frac{(b-y)^2}{2\bar{x}}.\ln(b-y)$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{a^2\left(\frac{b-y}{b}\right)^2 + (b-y)^2} + \frac{(b-y)^2}{2a\left(\frac{b-y}{b}\right)}.\ln\left(a\left(\frac{b-y}{b}\right) + \sqrt{a^2\left(\frac{b-y}{b}\right)^2 + (b-y)^2}\right)$$

$$- \frac{(b-y)^2}{2a\left(\frac{b-y}{b}\right)}.\ln(b-y)$$

$$= \frac{1}{2}(b-y)\sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2} + \frac{b(b-y)}{2a}.\ln\left((b-y)\left(\frac{a}{b} + \sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2}\right)\right) - \frac{b(b-y)}{2a}.\ln(b-y)$$

$$= \frac{1}{2}(b-y)\sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2} + \frac{b(b-y)}{2a}.\ln\left(\frac{a}{b} + \sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}(b-y)\left[\sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2} + \frac{b}{a}.\ln\left(\frac{a}{b} + \sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2}\right)\right]$$

$$= k(b-y)$$

met $k=\frac{1}{2}\left[\sqrt{1+\left(\frac{a}{b}\right)^2}+\frac{b}{a}.\ln\left(\frac{a}{b}+\sqrt{1+\left(\frac{a}{b}\right)^2}\right)\right]$

Het volstaat nu deze methode te herhalen voor elke mogelijke waarde van y, d.w.z. dat we moeten integreren van 0 tot b.

De dichtheidsfunctie f(y) kan geschreven worden als:

$$f(y)=c.\overline{x}=c\frac{a(b-y)}{b}$$

Om de waarde van de constante te vinden stellen we

$$\int_0^b f(y)dy=1 \qquad \Rightarrow \int_0^b \frac{ca}{b}(b-y)dy=1$$

$$\Rightarrow \frac{ca}{b}\left[by-\frac{1}{2}y^2\right]_0^b=1$$

$$\Rightarrow \frac{ca}{b}\left[b^2-\frac{1}{2}b^2\right]=1$$

$$\Rightarrow c=\frac{2}{ab}$$

De dichtheidsfunctie f(y) wordt dan:

$$f(y)=2\frac{b-y}{b^2}$$

En aangezien D(y)=k(b-y), geldt dat

$$\begin{aligned}
D&=\int_0^b 2\frac{b-y}{b^2}.k(b-y).dy\\
&=\frac{2k}{b^2}\int_0^b (b-y)^2.dy\\
&=\frac{2k}{b^2}\int_0^b (b^2-2by+y^2).dy\\
&=\frac{2k}{b^2}\left[b^2y-by^2+\frac{1}{3}y^3\right]_0^b\\
&=\frac{2k}{b^2}\left[b^3-b^3+\frac{1}{3}b^3\right]\\
&=\frac{2}{3}kb
\end{aligned}$$

Aangezien $a=\frac{1}{2}r$ en $b=\sqrt{\frac{3}{4}}r$, vinden we dat $\frac{a}{b}=\frac{1}{\sqrt{3}}$. De gemiddelde afstand D tot b kan geschreven worden als volgt:

$$\begin{aligned}
D&=\frac{2}{3}kb\\
&=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\left[\sqrt{1+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}+\sqrt{3}.\ln\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\sqrt{1+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}\right)\right].\sqrt{\frac{3}{4}}r\\
&=\frac{\sqrt{3}}{6}\left[\frac{2}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}.\ln\left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)\right].r\\
&=\left[\frac{1}{3}+\frac{1}{2}.\ln\sqrt{3}\right].r\\
&=\left[\frac{1}{3}+\frac{1}{4}.\ln 3\right].r\\
&\approx 0{,}60799.r
\end{aligned}$$

Appendix 2. Regionale variaties in leerlingendensiteit en gevolgen voor de optimale schoolgrootte.

	Aantal leerlingen			Oppervlakte	Aantal leerlingen per km²		
	TOTAAL	ARGO	VGO +OGO		TOTAAL	ARGO	VGO +OGO
Antwerpen	64788	9496	55292	1000	65	9	55
Mechelen	23705	3919	19786	510	46	8	39
Turnhout	32268	3430	28838	1357	24	3	21
Brussel*	12311	2981	9330	161	76	19	58
Halle-Vilvoorde	22813	4631	18182	943	24	5	19
Leuven	31282	5567	25715	1163	27	5	22
Brugge	25231	3826	21405	661	38	6	32
Diksmuide*	2958	874	2084	362	8	2	6
Ieper*	6687	723	5964	550	12	1	11
Kortrijk	23536	2690	20846	404	58	7	52
Oostende*	7139	2576	4563	292	24	9	16
Roeselare*	10263	884	9379	272	38	3	34
Tielt*	4782	398	4384	329	15	1	13
Veurne*	4031	915	3116	275	15	3	11
Aalst	20376	5327	15049	469	43	11	32
Dendermonde*	11656	2132	9524	342	34	6	28
Eeklo*	7112	1052	6060	334	21	3	18
Gent	35236	5546	29690	944	37	6	31
Oudenaarde*	7508	1588	5920	419	18	4	14
Sint-Niklaas	17186	2568	14618	475	36	5	31
Hasselt	36077	6974	29103	906	40	8	32
Maaseik	17737	2072	15665	884	20	2	18
Tongeren*	11593	1795	9798	632	18	3	16
Antwerpen	120761	16845	103916	2867	42	6	36
Vlaams-Brabant	66406	13179	53227	2267	29	6	23
West-Vlaanderen	84627	12886	71741	3145	27	4	23
Oost-Vlaanderen	99074	18213	80861	2983	33	6	27
Limburg	65407	10841	54566	2422	27	4	23
Vlaanderen	436275	71964	364311	13684	32	5	27

TOTAAL (f=28.537.819 en k=10)			ARGO (f=35.827.738 en k=10)			VGO+OGO (f=13.825.588 en k=10)		
Maxim. afstand	Gemid. afstand	Optim. grootte	Maxim. afstand	Gemid. afstand	Optim. grootte	Maxim. afstand	Gemid. afstand	Optim. grootte
5,20	3,16	4544	10,63	6,46	2788	4,30	2,62	2658
5,80	3,53	4068	11,41	6,94	2598	4,84	2,94	2362
7,26	4,41	3253	16,53	10,05	1793	5,92	3,60	1933
4,92	2,99	4802	8,51	5,17	3483	4,24	2,57	2700
7,22	4,39	3272	13,24	8,05	2238	6,11	3,72	1871
6,96	4,23	3390	13,36	8,12	2219	5,84	3,55	1959
6,20	3,77	3809	12,54	7,62	2364	5,14	3,13	2224
10,36	6,30	2279	16,78	10,20	1766	9,14	5,56	1251
9,07	5,52	2601	20,55	12,49	1442	7,40	4,50	1545
5,38	3,27	4386	11,97	7,27	2477	4,40	2,68	2598
7,19	4,37	3283	10,89	6,62	2720	6,56	3,99	1745
6,22	3,78	3794	15,20	9,24	1950	5,04	3,06	2271
8,55	5,20	2761	21,13	12,84	1403	6,91	4,20	1654
8,53	5,18	2769	15,08	9,17	1965	7,30	4,44	1567
5,94	3,61	3977	10,01	6,09	2959	5,16	3,14	2217
6,44	3,91	3668	12,23	7,44	2423	5,41	3,29	2115
7,53	4,58	3136	15,36	9,34	1930	6,24	3,79	1834
6,24	3,80	3781	12,48	7,58	2376	5,19	3,16	2203
7,97	4,85	2960	14,44	8,78	2053	6,78	4,12	1687
6,31	3,84	3742	12,83	7,80	2311	5,23	3,18	2187
6,11	3,72	3863	11,40	6,93	2600	5,16	3,13	2218
7,68	4,67	3074	16,95	10,30	1749	6,29	3,82	1819
7,91	4,81	2984	15,90	9,66	1864	6,57	4,00	1740
6,00	3,65	3936	12,48	7,58	2376	4,95	3,01	2309
6,77	4,12	3487	12,52	7,61	2367	5,72	3,48	1998
6,96	4,23	3390	14,07	8,55	2107	5,78	3,51	1979
6,49	3,95	3636	12,32	7,49	2406	5,46	3,32	2096
6,96	4,23	3394	13,66	8,30	2170	5,80	3,53	1971
6,58	4,00	3587	12,94	7,87	2289	5,49	3,34	2084