

Voortraject statistiek FSW

Werkcollege 4.

Tweedegraadsvergelijkingen

Functies

Opdracht 1 – tweedegraadsvergelijkingen

Ontbind in factoren.

a. $k^2 + kl =$

b. $a^3 - a^2 =$

c. $12xy - 18xz =$

d. $3a^2 - 15a + 6 =$

e. $6k^2l + 4kl^2 + 24k^3l^3 =$

Oplossing:

a. $k(k + l)$

b. $a^2(a - 1)$

c. $6x(2y - 3z)$

d. $3(a^2 - 5a + 2)$

e. $2kl(3k + 2l + 12k^2l^2)$

Opdracht 2 – tweedegraadsvergelijkingen

Ontbind in factoren.

a. $a^2 - 3a - 10 =$

b. $p^2 + p - 6 =$

c. $a^2 + 10a + 16 =$

d. $p^4 - 6p^2 + 5 =$

e. $x^6 + 3x^3 - 10 =$

f. $b^2 - 5b - 6 =$

g. $a^2 - 2a - 15 =$

Oplossing:

a. $(a + 2)(a - 5)$

b. $(p - 2)(p + 3)$

c. $(a + 2)(a + 8)$

d. $(p^2 - 1)(p^2 - 5)$

e. $(x^3 - 2)(x^3 + 5)$

f. $(b + 1)(b - 6)$

g. $(a + 3)(a - 5)$

Tweedegraadsvergelijkingen oplossen

$$\text{Type 1: } ax^2 + c = 0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

$$\begin{aligned} \text{Type 2: } ax^2 + bx = 0 &\Rightarrow x \cdot (ax + b) = 0 \\ &\Rightarrow x = 0 \text{ of } (ax + b) = 0 \end{aligned}$$

$$\text{Type 3: } ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Rightarrow D = b^2 - 4ac$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$\Rightarrow a \cdot (x - x_1)(x - x_2)$$

Opdracht 3 – tweedegraadsvergelijkingen

Bepaal de oplossing(en) van de volgende tweedegraadsvergelijkingen.

a. $3x^2 - 27 = 0$

b. $t^2 = 11t$

c. $y^2 - 29y = -100$

d. $2x^2 = 126$

e. $7(z-3)\left(z + \frac{1}{2}\right) = 0$

f. $8a^2 - 50 = 0$

g. $3x^2 - 21 = 18x$

h. $(2t-3)^2 = 1$

i. $4y^2 + (2y+1)^2 = 1$

j. $(x+4)(x+5) = 8x + 26$

Oplossing:

a. $x = 3$ & $x = -3$

b. $t = 0$ & $t = 11$

c. $y = 4$ & $y = 25$

d. $x = \sqrt{63}$ & $x = -\sqrt{63}$

e. $z = 3$ & $z = -\frac{1}{2}$

f. $a = \frac{5}{2}$ & $a = -\frac{5}{2}$

g. $x = -1$ & $x = 7$

h. $t = 2$ & $t = 1$

i. $y = 0$ & $y = -\frac{1}{2}$

j. $x = 2$ & $x = -3$

Opdracht 3 – uitwerking

a. type I: $3x^2 = 27 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3 \text{ \& } x = -3$

b. type II: $t^2 - 11t = 0 \Rightarrow t(t - 11) = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ \& } t = 11$

c. type III: $y^2 - 29y + 100 = 0 \Rightarrow (y - 4)(y - 25) = 0 \Rightarrow y = 4 \text{ \& } y = 25$

d. type I: $2x^2 = 126 \Rightarrow x^2 = 63 \Rightarrow x = \sqrt{63} \text{ \& } x = -\sqrt{63} \Rightarrow x = 3\sqrt{7} \text{ \& } x = -3\sqrt{7}$

e. direct: $z - 3 = 0 \text{ \& } z + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow z = -3 \text{ \& } z = -\frac{1}{2}$

f. type I: $8a^2 = 50 \Rightarrow a^2 = \frac{50}{8} = \frac{25}{4} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{25}{4}} \text{ \& } a = -\sqrt{\frac{25}{4}} \Rightarrow a = \frac{5}{2} \text{ \& } a = -\frac{5}{2}$

g. type III: $3x^2 - 18x - 21 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x - 7) = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ \& } x = 7$

h. type I: $2t - 3 = 1 \text{ \& } 2t - 3 = -1 \Rightarrow 2t = 4 \text{ \& } 2t = 2 \Rightarrow t = 2 \text{ \& } t = 1$

i. $4y^2 + 4y^2 + 4y + 1 = 1$ (zie merkwaardige producten)

$\Rightarrow 8y^2 + 4y = 0 \Rightarrow 2y^2 + y = 0 \Rightarrow y(2y + 1) = 0$ (type II)

$\Rightarrow y = 0 \text{ \& } 2y + 1 = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ \& } y = -\frac{1}{2}$

j. $x^2 + 9x + 20 = 8x + 26 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 3) = 0$ (type III) $\Rightarrow x = 2 \text{ \& } x = -3$

Opdracht 4 – tweedegraadsvergelijkingen

Los op.

a. $4x^2 + 20x = 24$

b. $2y^2 = 2 - 8y$

c. $3t^2 - 6 = 0$

d. $a^2 + 1 = a$

e. $x^2 + 40x = -300$

f. $7t^2 = 16t$

g. $2y^2 = 28y - 98$

h. $\left[x - \frac{2}{3}\right]^2 + \frac{53}{9} = 6$

Oplossing:

a. $x = 1$ & $x = -6$

b. $x = -2 \pm \sqrt{5}$

c. $t = \pm\sqrt{2}$

d. geen

e. $x = -10$ & $x = -30$

f. $t = 0$ & $t = \frac{16}{7}$

g. $y = 7$

h. $x = 1$ & $x = \frac{1}{3}$

Opdracht 5 – functies

Gegeven

$$f(x) = x^2 + 1$$

Bereken

a. $f(0) =$

b. $f(1) =$

c. $f(-1) =$

d. $f\left(\frac{1}{3}\right) =$

e. $f(\sqrt{3}) =$

Oplossing:

a. $f(0) = 1$

b. $f(1) = 2$

c. $f(-1) = 2$

d. $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{10}{9}$

e. $f(\sqrt{3}) = 4$

Opdracht 6 – functies

Gegeven

$$g(x) = (x + 1)^2$$

Bereken

a. $g(0) =$

b. $g(1) =$

c. $g(-3) =$

d. $g(\sqrt{2}) =$

Oplossing:

a. $g(0) = 1$

b. $g(1) = 4$

c. $g(-3) = 4$

d. $g(\sqrt{2}) = 2 \cdot \sqrt{2} + 3$

Opdracht 7 – functies

Gegeven

$$h(x) = \frac{1}{2}x - 4$$

Bereken

a. $h(0) =$

b. $h\left(-\frac{1}{8}\right) =$

c. Voor welke x geldt dat $h(x) = 10$?

Oplossing:

a. $h(0) = -4$

b. $h\left(-\frac{1}{8}\right) = -\frac{65}{16}$

c. $x = 28$

Opdracht 8 – functies

Gegeven de volgende twee parabolen

a. $y = x^2 + 8x + 7$

b. $y = x^2 - 4x - 5$

Bereken

1. het snijpunt met de y-as ($x = 0$)

2. eventuele snijpunten met de x-as ($y = 0$)

3. de coördinaten van de top $\left(x\text{-waarde top} = \frac{-b}{2a} \right)$

Oplossing:

a. 1. $(0,7)$

2. $(-1,0);(-7,0)$

3. $(-4,-9)$

b. 1. $(0,-5)$

2. $(-1,0);(5,0)$

3. $(2,-9)$

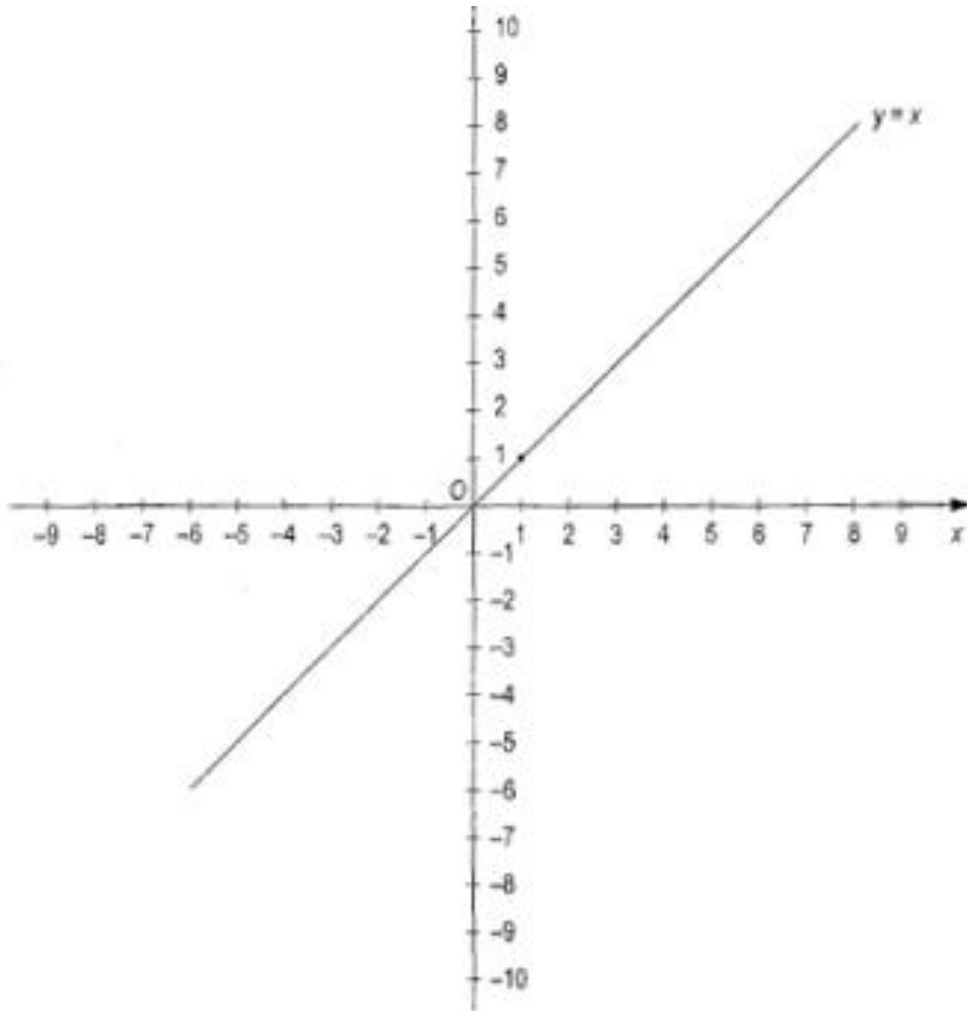
Opdracht 9 – functies

Teken

- a. de lijn met vergelijking $y = x$.
- b. de lijn met vergelijking $y = -x + 4$.
- c. de grafiek van de functie $f(x) = -2x + 6$.
- d. de lijn met vergelijking $y = \frac{1}{2}x - 2$.

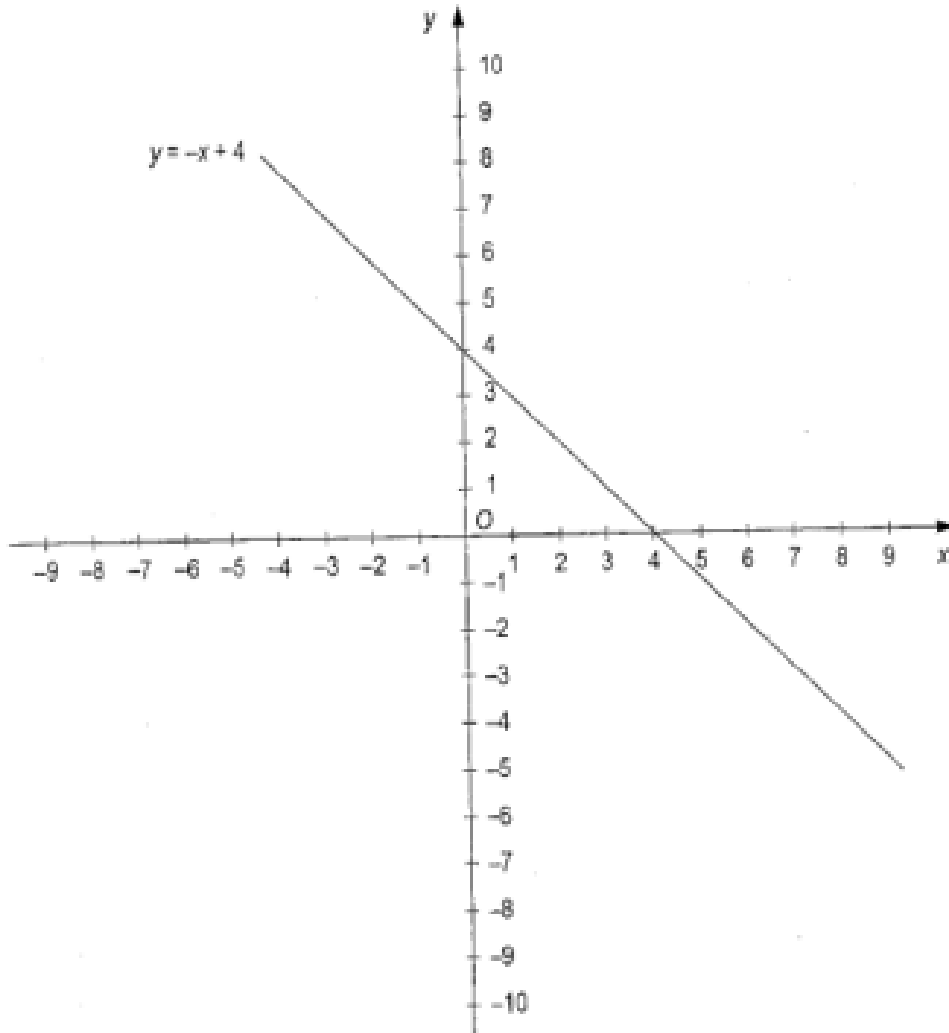
Opdracht 9 – Oplossing

a. de lijn met vergelijking $y = x$.



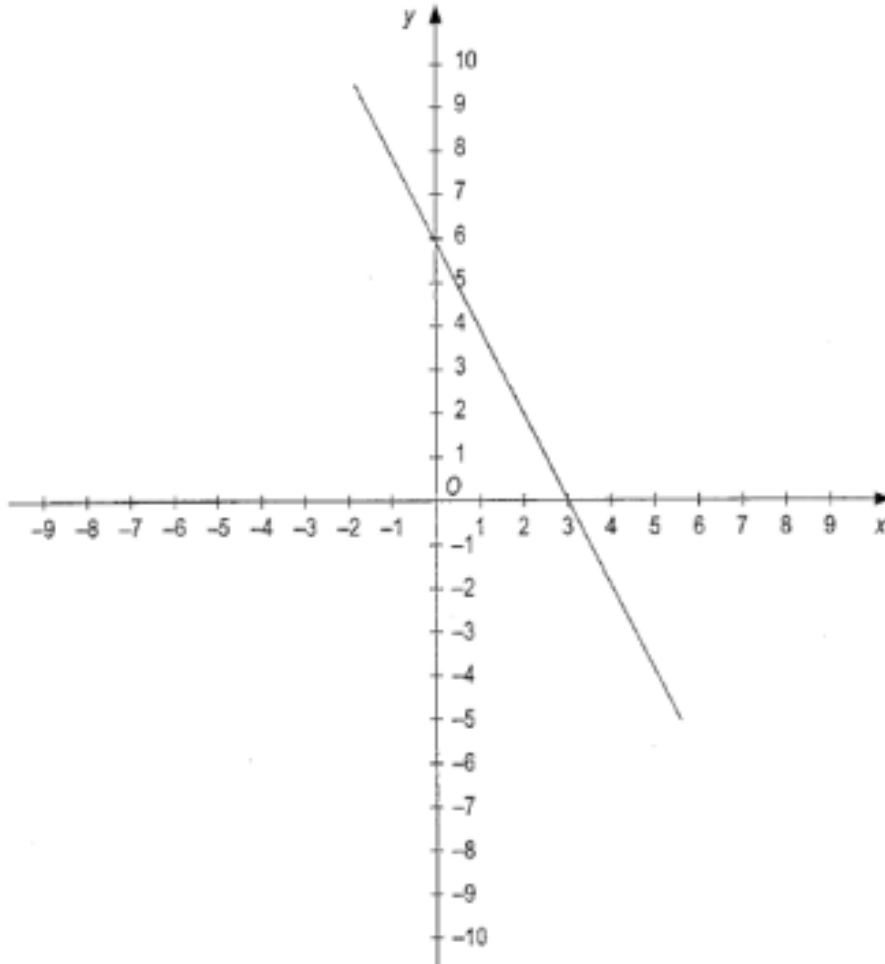
Opdracht 9 – Oplossing

b. de lijn met vergelijking $y = -x + 4$.



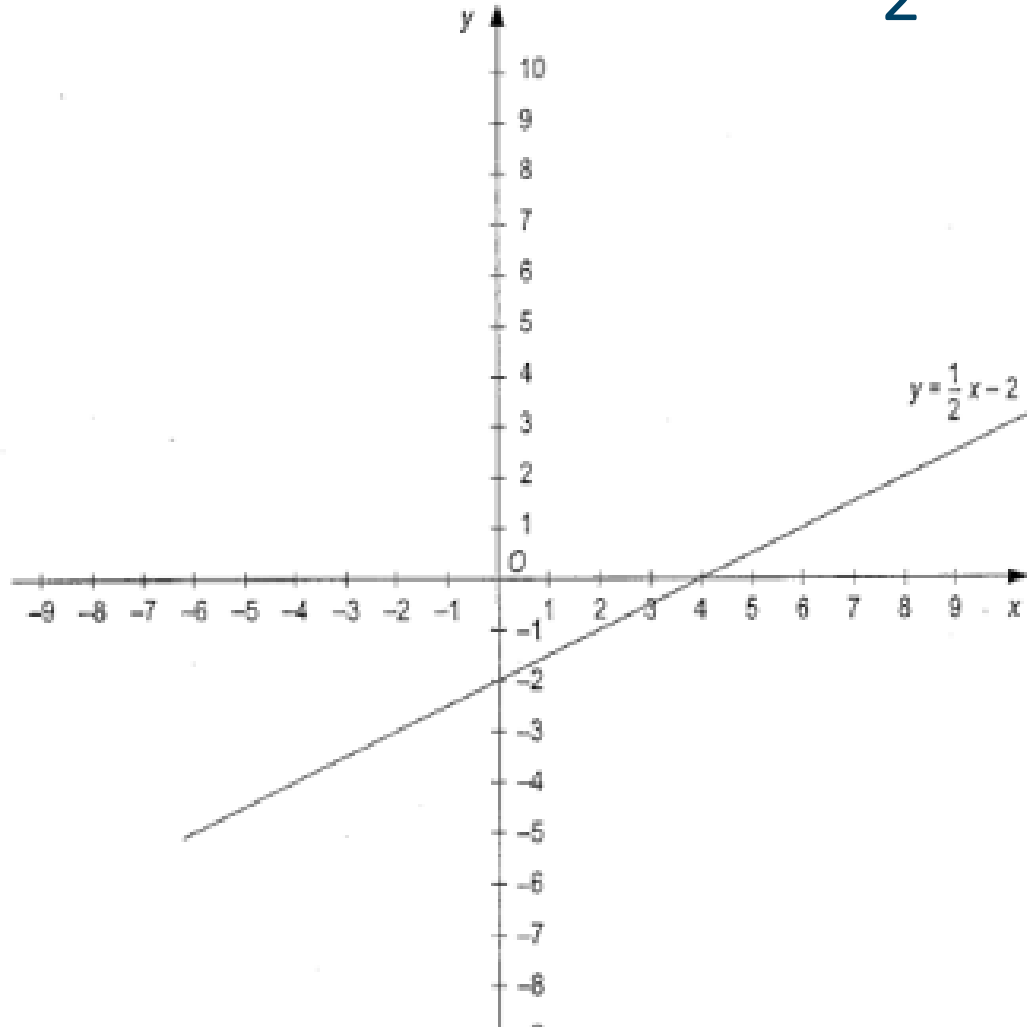
Opdracht 9 – Oplossing

c. de grafiek van de functie $f(x) = -2x + 6$.



Opdracht 9 – Oplossing

d. de lijn met vergelijking $y = \frac{1}{2}x - 2$.



Opdracht 10 – functies

Teken de volgende functies

a. $y = 5$

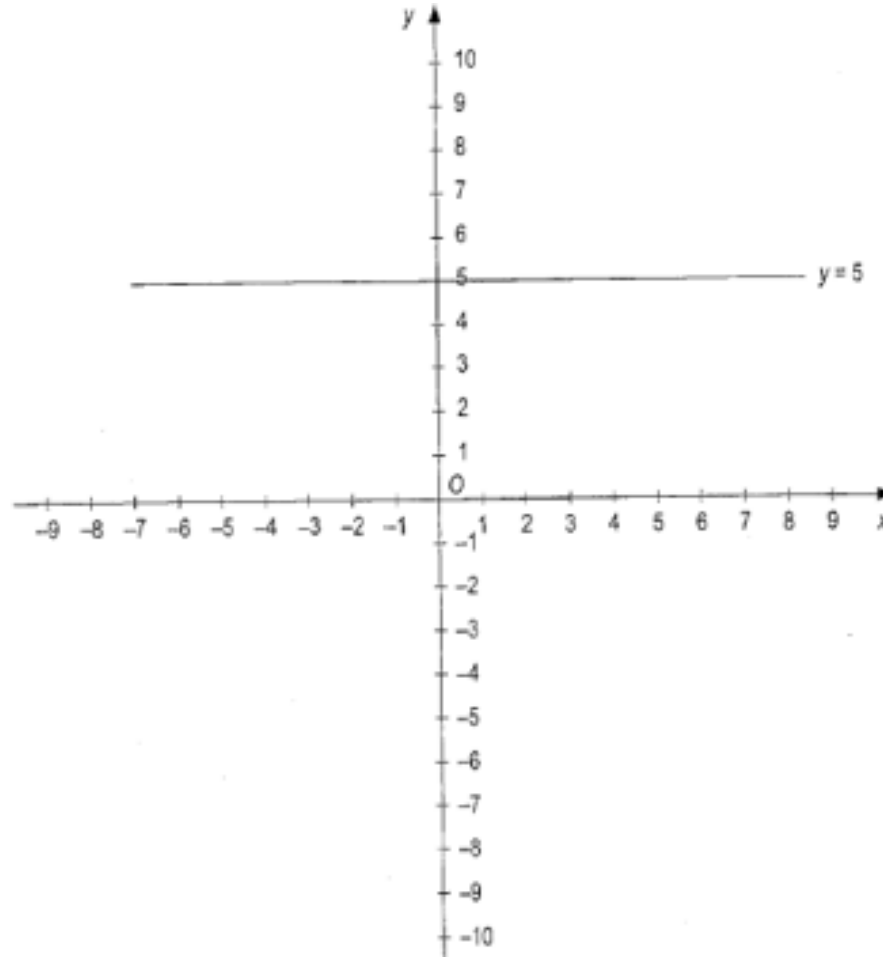
b. $x = -2$

c. $x = 0$

Opdracht 10 – functies

Oplossing:

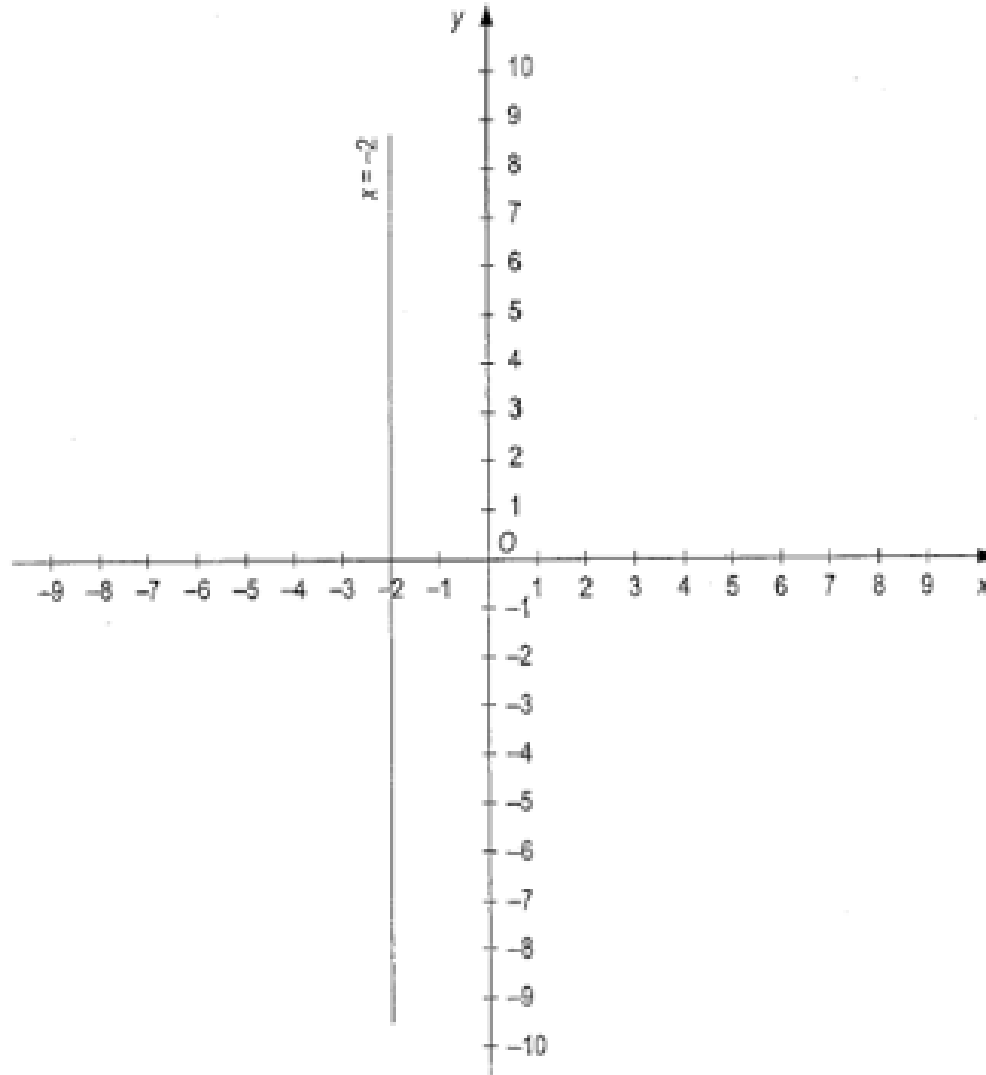
a. $y = 5$



Opdracht 10 – functies

Oplossing:

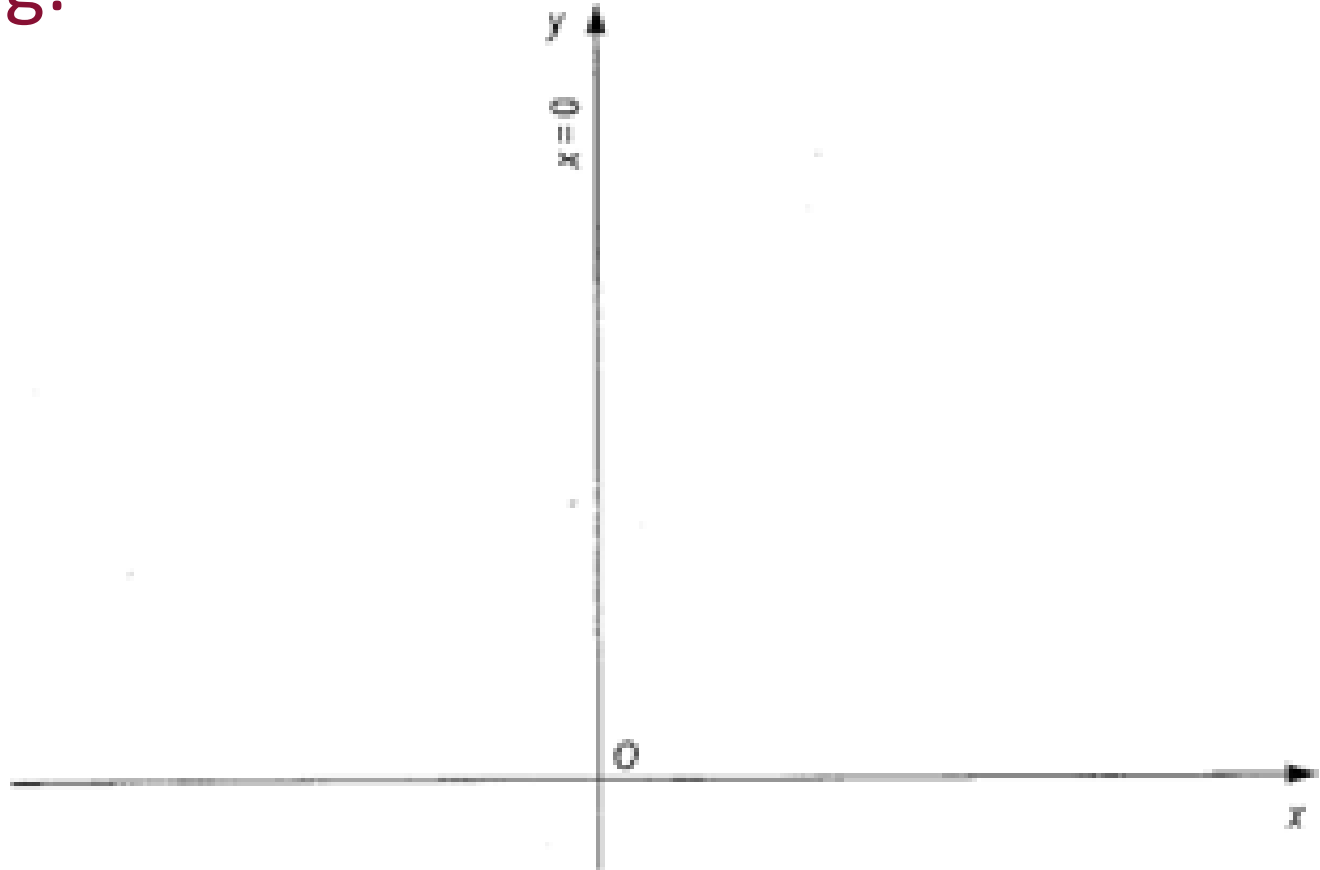
b. $x = -2$



Opdracht 10 – functies

Oplossing:

c. $x = 0$



Opdracht 11 – stelsels van vergelijkingen

Bepaal het snijpunt (S) van de lijnen met vergelijking

$$\text{a. } \begin{cases} y = -x + 5 \\ y = x + 1 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} y = -3x - 7 \\ y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{c. } \begin{cases} y = 4x - 1 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$$

Oplossing:

$$\text{a. } S(2,3)$$

$$\text{b. } S(-2,-1)$$

$$\text{c. } S(2,7)$$