

Voortraject statistiek FSW

Werkcollege 3.

Enkel & dubbel sommatieteken

Eerstegraadsvergelijkingen

Enkelvoudig sommatieteken

Gegeven de volgende 5 waarnemingen voor zowel x als y:

$$x_1=3$$
$$y_1=-1$$

$$x_2=4$$
$$y_2=3$$

$$x_3=7$$
$$y_3=2$$

$$x_4=1$$
$$y_4=1$$

$$x_5=4$$
$$y_5=2$$

$$\sum_{i=1}^5 x_i = 3+4+7+1+4 = 19$$

$$\sum_{i=1}^5 y_i = -1+3+2+1+2 = 7$$

i	X	Y
1	3	-1
2	4	3
3	7	2
4	1	1
5	4	2
	19	7

Opdracht 1 – enkelvoudig sommatieteken

Gegeven de volgende waarden:

$x_1=-13$; $x_2=-4$; $x_3=-1$; $x_4=0$; $x_5=0,5$; $x_6=3$; $x_7=7$; $x_8=11$; $x_9=23$ en $x_{10}=100$

a. $\sum_{i=2}^6 x_i =$

b. $\frac{\sum_{i=7}^{10} x_i}{3} =$

c. $\sum_{i=5}^8 x_i^2 =$

d. $\sum_{i=4}^7 (x_i^2 + x_i) =$

e. $\sum_{i=5}^{10} (x_i + 5) =$

Opdracht 2 – enkelvoudig sommatieteken

Gegeven de volgende waarden:

$x_1=-13; x_2=-4; x_3=-1; x_4=0; x_5=0,5; x_6=3; x_7=7; x_8=11; x_9=23$ en $x_{10}=100$

$y_1=-1; y_2=-0,5; y_3=0; y_4=2; y_5=6; y_6=8; y_7=9; y_8=10; y_9=12$ en $y_{10}=15$

a.
$$\sum_{i=3}^7 3x_i =$$

b.
$$\sum_{i=7}^8 (2x_i - 4y_i) =$$

c.
$$\sum_{i=3}^5 3y_i =$$

d.
$$\sum_{i=1}^4 (x_i + y_i) =$$

Enkelvoudig sommatieteken – Regels

Regel 1: constante waarde zet je vóór het sommatieteken

$$\sum_{i=1}^n 2x_i = 2 \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

Regel 2: werkloze sommatietekens vervang je door het bereik

$$\sum_{i=1}^n 2 = 2 \cdot \sum_{i=1}^n 1 = 2 \cdot n \quad \Rightarrow \quad \text{Sommering constante} = n \cdot \text{constante}$$



Regel 1

Regel 2

Regel 3: sommatie van een som/verschil = som/verschil van 2 enkelvoudige sommaties

$$\sum_{i=1}^n (x_i \pm y_i) = \sum_{i=1}^n x_i \pm \sum_{i=1}^n y_i$$

Opdracht 3 –opdracht 2 maar **MET REGELS**

Gegeven de volgende waarden:

$$x_1=-13; x_2=-4; x_3=-1; x_4=0; x_5=0,5; x_6=3; x_7=7; x_8=11; x_9=23 \text{ en } x_{10}=100$$

$$y_1=-1; y_2=-0,5; y_3=0; y_4=2; y_5=6; y_6=8; y_7=9; y_8=10; y_9=12 \text{ en } y_{10}=15$$

a. $\sum_{i=3}^7 3x_i =$

b. $\sum_{i=7}^8 (2x_i - 4y_i) =$

c. $\sum_{i=3}^5 3y_i =$

d. $\sum_{i=1}^4 (x_i + y_i) =$

Opdracht 4 – enkelvoudig sommatieteken met x_i

Werk uit: $\sum_{i=1}^n (x_i - 2)^2$

Met:

i	x
1	3
2	4
3	7
4	1
5	4
	19

Opdracht 5 – enkelvoudig sommatieteken met x_i

Werk uit:

$$\text{a. } \sum_{i=1}^5 (x_i + 3)^2 =$$

$$\text{b. } \sum_{i=1}^3 (2x_i + 3) =$$

$$\text{c. } \sum_{i=2}^4 (x_i^2 - 1 + 2) =$$

$$\text{d. } \sum_{i=2}^5 (x_i + 2)^3 =$$

i	x
1	3
2	4
3	7
4	1
5	4
	19

Opdracht 6 – enkelvoudig sommatieteken met i

Werk uit:

$$\text{a. } \sum_{i=1}^5 (i-3)^2 =$$

$$\text{b. } \sum_{i=1}^3 (2i+3) =$$

$$\text{c. } \sum_{i=3}^4 (i^2 - 3 + 2) =$$

$$\text{d. } \sum_{i=3}^5 (i-2)^3 =$$

i	X
1	3
2	4
3	7
4	1
5	4
	19

Opdracht 7 – reken uit

a. $\sum_{i=2}^4 2^i$

b. $\sum_{j=1}^3 3 \cdot j$

c. $\sum_{k=3}^7 2 \cdot (k + 3)$

d. $\sum_{i=1}^7 \frac{i}{2}$

e. $\sum_{j=3}^6 \frac{1}{j}$

Uit: [Aan de slag](#), zelfstudiepakket Wiskunde, Module 'Rekenkunde' (secties 2.1 & 3.1)

Opdracht 8 – enkelvoudig sommatieteken


Toon aan dat

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}}{n-1}$$

Waarbij $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{X}$ = het rekenkundig gemiddelde

Dubbel sommatieteken – Regels

Regel 4: dubbele sommatie van een som/verschil → dubbel sommatieteken voor elke term zetten

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (x_i \pm y_j) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (x_i) \pm \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (y_j) \\ &= m \cdot \sum_{i=1}^n x_i \pm n \cdot \sum_{j=1}^m y_j\end{aligned}$$


Regel 2 & 1 (enkel sommatieteken): werkloze sommatietekens vervangen door bereik & constante naar voor plaatsen. Het bereik = n & m.

Regel 5: dubbele sommatie van een product → enkel sommatieteken voor elke factor zetten

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (x_i \cdot y_j) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{j=1}^m y_j$$

Opdracht 9 – dubbel sommatieteken

Werk uit en bereken (mbv som/verschil regel):

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=-1}^4 (i - j) =$$

Opdracht 10 – dubbel sommatieteken

Werk uit en bereken

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^4 (i+j)^2 =$$

Opdracht 11 – dubbel sommatieteken

Werk uit en bereken

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=3}^5 \left[(2j - i^2) + 3(5 - j)^2 \right] =$$

Opdracht 12 – dubbel sommatieteken

Werk uit en bereken

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 (i + 2j) =$$

Opdracht 13 – dubbel sommatieteken

Werk uit en bereken

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=3}^5 (2i + 3j)^2 =$$

Opdracht 14 – dubbel sommatietekenen

Toon aan dat
$$\frac{1}{2n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (x_i - x_j)^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

indien je weet dat
$$\sum_{i=1}^n x_i = n \cdot \bar{x} \quad (\bar{x} = \text{rekenkundig gemiddelde})$$

Opdracht 15 – Productteken

Gegeven de volgende waarden:

$$x_1=5; x_2=1; x_3=7; x_4=2; x_5=4$$

$$y_1=4; y_2=2; y_3=7; y_4=0; y_5=7$$

a. $\prod_{i=1}^5 x_i =$

b. $\prod_{i=1}^5 y_i =$

c. $\prod_{i=1}^5 (2 \cdot x_i) =$

d. $\prod_{i=1}^5 (x_i \cdot y_i) =$

e. $\left(\prod_{i=1}^5 x_i \right)^2 =$

Opdracht 16 – eerstegraadsvergelijkingen

Zoek de waarde van X zodat de vergelijking klopt:

a. $3x + 1 = 13$

f. $5x - 2 = 33$

b. $5x + 3 = 33$

g. $6x - 8 = 25$

c. $8 + 4x = 44$

h. $89 = 9x - 1$

d. $11 + 7x = 88$

i. $42 = 10x - 3$

e. $76 = 10x + 6$

j. $7x - 3 = 4$

Opdracht 17 – eerstegraadsvergelijkingen

Zoek de waarde van X zodat de vergelijking klopt:

a. $6x = 2x + 16$

b. $10x = 30 + 5x$

c. $18 + 2x = 11x$

d. $3x + 40 = 8x$

e. $2x + 7x = 72$

f. $3x + 5x + 6 = 26$

g. $21 = 10x - 4x$

h. $24x - 21x = 14$

i. $13x - 4 = 10x + 2$

j. $20x + 16 = 30x - 44$

Opdracht 18 – eerstegraadsvergelijkingen

Los de volgende vergelijkingen op:

a. $5p + 8 = -17$

b. $-\frac{1}{2}t + 7 = -6$

c. $0 = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{8}$

d. $7y - 6 = 2y + 39$

e. $4(7 - t) + 1 = t + 4$

Opdracht 18 (vervolg)

f. $5(x-3) = 3(9-x)$

g. $2\left(\frac{1}{3}y-1\right) = 5\left(\frac{1}{2}y+3\right) - 6$

h. $4(x+1) + 2(x+3) - 3(2x-1) = 10 + 6\left(\frac{1}{2} - x\right)$

i. $2(3k-4) + 9 + 3k = 4 - 3(1-3k)$

Opdracht 19 – eerstegraadvergelijkingen

Gegeven:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Werk uit naar x:

Opdracht 20 – eerstegraadvergelijkingen

Gegeven:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Werk uit naar μ :

Opdracht 21 – eerstegraadvergelijkingen

Gegeven:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Werk uit naar σ :

Opdracht 22 – eerstegraadvergelijkingen

Gegeven:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Werk uit naar \bar{x} :

Opdracht 23 – eerstegraadvergelijkingen

Gegeven:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Werk uit naar μ :

Opdracht 24 – eerstegraadvergelijkingen

Gegeven:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Werk uit naar n :

Opdracht 25 – eerstegraadvergelijkingen

Gegeven:

$$m = z^* \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Werk uit naar n :

Opdracht 26 – stelsels van vergelijkingen

Los de volgende stelsels op:

$$\text{a. } \begin{cases} 3x - 7y = -2 \\ 4x + 3y = 22 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} 3x + 5y - 3 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{c. } \begin{cases} 7x + 3y + 1 = 0 \\ 5x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{d. } \begin{cases} 6u + 9 - 8v = 0 \\ 12v - 15 = 8u \end{cases}$$

Extra oefeningen?

- zie [Aan de slag](#), zelfstudiepakket Wiskunde: Module 'Veeltermen en vergelijkingen' (secties 1.11, 2.8 & 3.8)

Opdracht 27 – vergelijkingen

Iemand moet een rechthoek maken die aan de volgende eisen voldoet: de lengte is 5 cm groter dan driemaal de breedte terwijl de omtrek van de rechthoek 90 cm is. Wat zijn de afmetingen (lengte & breedte) van de rechthoek?

Opdracht 28 – vergelijkingen

De som van twee getallen is 75 en hun verschil is 10. Welke twee getallen zijn dat?

Opdracht 29 – vergelijkingen

Een bedrijf produceert een artikel dat voor 75 euro wordt verkocht. De (variabele) productiekosten zoals materiaalkosten en directe loonkosten bedragen 30 euro per stuk. De vaste kosten zijn 150000 euro per jaar. Hoeveel producten moeten er jaarlijk worden verkocht om een winst van 75000 euor per jaar te kunnen maken.

Opdracht 30 – vergelijkingen

De som van vier opeenvolgende natuurlijke getallen is 20 meer dan tweemaal het tweede getal. Om welke getallen gaat het?

Opdracht 31 – ongelijkheden

a. $2x - 2 < -4$

b. $-2x + 5 > -x + 6$

c. $3x - 7 \leq 5x - 7$

Opdracht 32 – ongelijkheden

a. $2x - 7 < 3x$

b. $\frac{1}{2}x + 2 \geq \frac{1}{4}x + 3$

c. $-\frac{1}{6}x - 3 \leq 4 - \frac{1}{3}x$

d. $\frac{1}{7}p - 3 > \frac{3}{7}p$

e. $-3t + 1 < t - 2$

f. $2\sqrt{5x} - 2 \geq 3 + \sqrt{5x}$

Referenties

Aan de slag, zelfstudiepakket Wiskunde: Voorkennis en opfrissing voor alle opleidingen, Module 'Rekenkunde'

Aan de slag, zelfstudiepakket Wiskunde: Voorkennis en opfrissing voor alle opleidingen, Module 'Veeltermen en vergelijkingen'

Bouts, R.A. & Franken, W.M. (2002). *Wiskunde voor statistiek: een voorbereiding*. Coutinho B.V., 189 p.

Flohr, R. (2007). *Basiswiskunde voor statistiek*. Amsterdam: Boom Uitgevers, 197 p.