

Voortraject statistiek FSW

Werkcollege 2.

Machten, wortels, veeltermen &
logaritmen

Merkwaardige producten

Opdracht 1 – Machten

Werk zo ver mogelijk uit.

a. $2^2 \cdot 2^5 \cdot 3^2 \cdot 3^4 =$

b. $3^3 \cdot 3^{-4} \cdot 2^{-8} \cdot 2^5 =$

c. $6^5 \cdot 5^3 \cdot 6^{-2} \cdot 5^2 =$

d. $8^3 \cdot 9^5 \cdot 8^{-3} \cdot 9^{-3} =$

e. $3^{-8} \cdot 3^6 \cdot 4^{-5} \cdot 4^{-1} =$

f. $5^8 / 5^3 / 5^{-2} / 5^4 =$

g. $3^2 / 3^5 / 3^{-5} / 3^{-2} =$

h. $7^{-4} / 7^{-5} / 7^8 / 7^{-7} =$

i. $11^3 / 11^{-3} / 11^4 / 11^{-4} =$

j. $12^2 / 12^0 / 12^2 / 12^2 =$

Oplossing:

a. $2^7 \cdot 3^6$

b. $3^{-1} \cdot 2^{-3} = \frac{1}{24}$

c. $6^3 \cdot 5^5$

d. $8^0 \cdot 9^2 = 81$

e. $3^{-2} \cdot 4^{-6}$

f. $5^3 = 125$

g. $3^4 = 81$

h. $7^0 = 1$

i. 11^6

j. $12^{-2} = \frac{1}{144}$

Opdracht 2 – Machten

Werk uit.

a. $16a^5b^2 / (12a^6b^4 / 3ab^2) =$

b. $8a^{10}b^4 / (10a^5b^3 / 5b^3) =$

c. $4a^7b \cdot 10ab^7 / 8a^4b^2 =$

d. $5a^4b^2 \cdot (30a^3b / 6ab) =$

e. $80a^6b^6 / (64a^5b^5 / 8a^4b^4) =$

f. $36a^8b^{10} / 4a^3 \cdot 3a^2b^7 =$

g. $72a^9b^7 \cdot ab^2 / 12a^6b^6 =$

h. $40a^5b^{-5} / 8a^{-5}b^5 / a^{-1}b^{-1} =$

i. $30a^{-8}b^{-8} / 6a^{-4}b^{-4} \cdot a^4b^4 =$

j. $4a^3b^5 \cdot 5a^2b^2 / 10a^4b^6 =$

Oplossing:

a. 4

b. $4a^5b^4$

c. $5a^4b^6$

d. $25a^6b^2$

e. $10a^5b^5$

f. $27a^7b^{17}$

g. $6a^4b^3$

h. $5a^{11}b^{-9}$

i. 5

j. $2ab$

Opdracht 3 – Machten

Werk uit.

a. $7^3 =$

b. $(-5)^3 =$

c. $(-5)^4 =$

d. $(-5)^0 =$

e. $\left(117 + \frac{3}{19}\right)^0 =$

f. $3^{-2} =$

g. $(-3)^{-2} =$

h. $(-3)^{-3} =$

i. $0^3 =$

j. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} =$

k. $3^7 \cdot 3^{-2} \cdot 3^{-4} =$

l. $\frac{3^3 \cdot (3^2)^5}{(-3)^9 \cdot 3^7} =$

m. $4^0 \cdot 4^2 \cdot 4^3 =$

n. $\frac{a^3 b^{-5}}{(a^3 b^{-2})^3} =$

Opdracht 3 – Uitwerking (1)

a. $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$

b. $(-5)^3 = -125$

c. $(-5)^4 = 625$

d. $(-5)^0 = 1$

e. $\left(117 + \frac{3}{19}\right)^0 = 1$

f. $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

g. $(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$

Opdracht 3 – Uitwerking (2)

$$\text{h. } (-3)^{-3} = \frac{1}{(-3)^3} = \frac{1}{-27} = -\frac{1}{27}$$

$$\text{i. } 0^3 = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$$

$$\text{j. } \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^3} = \frac{1}{\frac{3^3}{4^3}} = \frac{4^3}{3^3} = \frac{64}{27}$$

$$\text{k. } 3^7 \cdot 3^{-2} \cdot 3^{-4} = 3^{7-2-4} = 3^1 = 3$$

$$\text{l. } \frac{3^3 \cdot (3^2)^5}{(-3)^9 \cdot 3^7} = \frac{3^3 \cdot 3^{10}}{-3^9 \cdot 3^7} = -\frac{3^{13}}{3^{16}} = -3^{-3} = -\frac{1}{27}$$

Opdracht 3 – Uitwerking (3)

$$\text{m. } 4^0 \cdot 4^2 \cdot 4^3 = 4^{2+3} = 4^5 = 1024$$

$$\text{n. } \frac{a^3 b^{-5}}{(a^3 b^{-2})^3} = \frac{a^3 b^{-5}}{a^9 b^{-6}} = a^{3-9} b^{-5-(-6)} = a^{-6} b^1 = \frac{b}{a^6}$$

Extra oefeningen?

- zie Aan de slag, zelfstudiepakket Wiskunde:

Module 'Rekenkunde' (secties 2.5 & 3.5)

- Voorbeeld:

$$\frac{2^{2n}}{2^n} = 2^{2n-n} = 2^n$$

Opdracht 4 – Wortels

Bereken of vereenvoudig zo ver mogelijk.

a. $\sqrt{\frac{1}{49}} =$

f. $\sqrt{\frac{16}{25}} =$

b. $\sqrt{\frac{1}{36}} =$

g. $\sqrt{\frac{3}{25}} =$

c. $\sqrt{\frac{1}{81}} =$

h. $\sqrt{\frac{8}{100}} =$

d. $\sqrt{\frac{4}{64}} =$

i. $\sqrt{\frac{12}{49}} =$

e. $\sqrt{\frac{4}{9}} =$

j. $\sqrt{\frac{3}{12}} =$

Oplossing:

a. $\pm \frac{1}{7}$

f. $\pm \frac{4}{5}$

b. $\pm \frac{1}{6}$

g. $\frac{1}{5}\sqrt{3}$

c. $\pm \frac{1}{9}$

h. $\frac{1}{5}\sqrt{2}$

d. $\pm \frac{1}{4}$

i. $\frac{2}{7}\sqrt{3}$

e. $\pm \frac{2}{3}$

j. $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$

Opdracht 5 – Wortels

Bereken.

- a. $\sqrt{121} =$
- b. $\sqrt{900} =$
- c. $\sqrt{196} =$
- d. $\sqrt{2500} =$
- e. $\sqrt{9+16} =$
- f. $\sqrt{1} =$
- g. $\sqrt{10^6} =$
- h. $\sqrt{16^{32}} =$
- i. $\sqrt{(-3)^2} =$
- j. $\sqrt{(16298)^2} =$

Oplossing:

- a. 11
- b. 30
- c. 14
- d. 50
- e. 5
- f. 1
- g. 10^3
- h. 16^{16}
- i. 3
- j. 16298

Want:

- a. $11^2 = 121$
- e. $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$
- f. $1^2 = 1$
- g. $(10^3)^2 = 10^6$
- h. $(16^{16})^2 = 16^{32}$
- i. $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$

Opdracht 6 – Wortels

Schrijf volgende uitdrukkingen als wortel respectievelijk macht.

Oplossing:

a. $a^{-2} =$

g. $\sqrt[3]{\frac{1}{2}} =$

b. $2^{\frac{1}{4}} =$

h. $3^{-\frac{1}{4}} =$

c. $\frac{1}{\sqrt[7]{x^4}} =$

i. $\sqrt{\frac{1}{3}} =$

d. $(-a)^0 =$

a. $\frac{1}{a^2}$

g. $2^{-\frac{1}{3}}$

e. $\sqrt[4]{2^3} =$

j. $\sqrt{0,1} =$

b. $\sqrt[4]{2}$

h. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$

c. $x^{-\frac{4}{7}}$

i. $3^{-\frac{1}{2}}$

d. 1

e. $2^{\frac{3}{4}}$

j. $10^{-\frac{1}{2}}$

f. $a^{\frac{3}{5}} =$

f. $\sqrt[5]{a^3}$

Opdracht 6 – Uitwerkingen (g t/m j)

$$g. \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{2^{-1}} = 2^{-\frac{1}{3}}$$

$$h. 3^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{3^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$$

$$i. \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{3^{-1}} = 3^{-\frac{1}{2}}$$

$$j. \sqrt{0,1} = \sqrt{\frac{1}{10}} = \sqrt{10^{-1}} = 10^{-\frac{1}{2}}$$

Opdracht 7 – Wortels

Vereenvouding en bereken.

a. $\sqrt[2]{4^2} =$

b. $\sqrt[3]{7^6} =$

c. $\sqrt[6]{7^3} =$

d. $8^{\frac{5}{3}} =$

e. $8^{-\frac{1}{2}} =$

Oplossing:

a. $\sqrt[2]{4^2} = 4^{\frac{2}{2}} = 4$

b. $\sqrt[3]{7^6} = 7^{\frac{6}{3}} = 7^2 = 49$

c. $\sqrt[6]{7^3} = 7^{\frac{3}{6}} = 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$

d. $8^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{8^5} = \sqrt[3]{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8}$
 $= \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{8} = 2^5 = 32$

e. $8^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{8}}$

evt. verder vereenvoudigd (ter illustratie):

$$\frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \frac{1}{8} \sqrt{8} = \frac{1}{8} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{4} \sqrt{2}$$

Opdracht 8 – Merkwaardige producten

Bereken.

a. $(3y - 2)^2 =$

b. $(x - 3y)^2 =$

c. $(4a + 5b)^2 =$

d. $(x + \frac{1}{2})^2 =$

e. $(10a + 11)^2 =$

f. $(x + y)^3 =$

g. $(2x - 3)^3 =$

h. $(-x - 3y)^3 =$

i. $(2x - 8y)^3 =$

Oplossing:

a. $9y^2 - 12y + 4$

b. $x^2 - 6xy + 9y^2$

c. $16a^2 + 40ab + 25b^2$

d. $x^2 + x + \frac{1}{4}$

e. $100a^2 + 220a + 121$

f. $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

g. $8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$

h. $-x^3 - 9x^2y - 27xy^2 - 27y^3$

i. $8x^3 - 96x^2y + 384xy^2 - 512y^3$

Opdracht 9 – Merkwaardige producten

Ontbind in factoren met behulp van merkwaardige producten (= schrijf als product).

a. $4x^2 - 9 =$

b. $81 - a^4 =$

c. $a^3 + 64b^6 =$

d. $4x^2 - 12xy + 9y^2 =$

e. $4ab^3 + 9a^3b - 12a^2b^2 =$

f. $6 - 6a^3 =$

Uit: Aan de slag, zelfstudiepakket Wiskunde, Module 'Veeltermen en vergelijkingen' (sectie 2.2.2 & 3.2.2)

Opdracht 9 – Uitwerkingen

$$a. (2x)^2 - 3^2 = (2x + 3)(2x - 3) \quad (1)$$

$$b. 81 - a^4 = 3^4 - a^4 = \underline{(3^2 - a^2)}(3^2 + a^2) = (3 + a)(3 - a)(3^2 + a^2) \quad (1)$$

$$c. a^3 + 64b^6 = a^3 + (4b^2)^3 = (a + 4b^2)(a^2 - 4ab^2 + 16b^4) \quad (3)$$

$$d. 4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = (2x - 3y)^2 \quad (2)$$

$$e. 4ab^3 + 9a^3b - 12a^2b^2 = ab(4b^2 + 9a^2 - 12ab) \\ = ab\left((2b)^2 - 2 \cdot 2b \cdot 3a + (3a)^2\right) = ab(2b - 3a)^2 \quad (2)$$

$$f. 6 - 6a^3 = 6(1 - a^3) = 6(1 - a)(1 + a + a^2) \quad (4)$$

(1) Toepassing van formule $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

(2) Toepassing van formule $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

(3) Toepassing van formule $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

(4) Toepassing van formule $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

Uit: Aan de slag, zelfstudiepakket Wiskunde, Module 'Veeltermen en vergelijkingen' (sectie 2.2.2 & 3.2.2)

Opdracht 10 – Veeltermen

Werk uit.

a. $(2a - 5)(4a + 3) =$

b. $(x^2 + 3)(x^2 - 5) =$

c. $(x - 1)(x^2 + x + 1) =$

d. $(a + 1)(a^3 - a^2 + a - 1) =$

e. $(a + b + 1)(a + b - 1) =$

Oplossing:

a. $8a^2 + 6a - 20a - 15 = 8a^2 - 14a - 15$

b. $x^4 - 5x^2 + 3x^2 - 15 = x^4 - 2x^2 - 15$

c. $x^3 + x^2 + x - x^2 - x - 1 = x^3 - 1$

d. $a^4 - a^3 + a^2 - a + a^3 - a^2 + a - 1 = a^4 - 1$

e. $a^2 + 2ab + b^2 - 1$

Opdracht 11 – Logarithmen

Los op.

a. $\text{Log}_3 27 =$

b. $\text{Log}_4 16 =$

c. $\text{Log}_{11} 11 =$

d. $\text{Log}_3 243 =$

e. $\text{Log}_3 1 =$

f. $\text{Log}_3 3 =$

Oplossing:

a. $\text{Log}_3 3^3 = 3$

b. $\text{Log}_4 4^2 = 2$

c. $\text{Log}_{11} 11^1 = 1$

d. $\text{Log}_3 3^5 = 5$

e. $\text{Log}_3 3^0 = 0$

f. $\text{Log}_3 3^1 = 1$

Opdracht 12 – Logarithmen

Los op.

Oplossing:

$$a. \text{Log}0.01 =$$

$$b. \text{Log} \frac{1}{\sqrt{10}} =$$

$$c. \text{Log}_9 3 =$$

$$d. \text{Log}_3 \frac{1}{9} =$$

$$a. \text{Log} \frac{1}{100} = \text{Log} \frac{1}{10^2} = \text{Log}10^{-2} = -2$$

$$b. \text{Log} \frac{1}{10^{1/2}} = \text{Log}10^{-1/2} = -\frac{1}{2}$$

$$c. \text{Log}_9 3 = \text{Log}_9 \sqrt{9} = \text{Log}_9 9^{1/2} = \frac{1}{2}$$

$$d. \text{Log}_3 \frac{1}{9} = \text{Log}_3 \frac{1}{3^2} = \text{Log}_3 3^{-2} = -2$$

Opdracht 13 – Logarithmen (1)

Los op.

Oplossing:

$$\text{a. } \log_2(8 \cdot 16) = \text{a. } \log_2 8 + \log_2 16 = \log_2 2^3 + \log_2 2^4 = 3 + 4 = 7$$

$$\text{b. } \log_3 \frac{27}{9} = \text{b. } \log_3 \frac{27}{9} = \log_3 27 - \log_3 9 = \log_3 3^3 - \log_3 3^2 = 3 - 2 = 1$$

$$\text{c. } \log_4 16^2 = \text{c. } 2 \cdot \log_4 16 = 2 \cdot \log_4 4^2 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\text{d. } \log_5 \sqrt[3]{125} = \text{d. } \log_5 125^{1/3} = \frac{1}{3} \cdot \log_5 125 = \frac{1}{3} \cdot \log_5 5^3 = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1$$

$$\text{e. } \log_4 \frac{1}{3} = \text{e. } \log_4 \frac{1}{3} = \log_4 3^{-1} = -1 \cdot \log_4 3 = -1 \cdot \frac{\log 3}{\log 4}$$

Opdracht 13 – Logaritmen (2)

Oplossing:

$$f. \operatorname{Log}_{100} \frac{1}{10} = \frac{\operatorname{Log} \frac{1}{10}}{\operatorname{Log} 100} = \frac{\operatorname{Log} 1 - \operatorname{Log} 10}{\operatorname{Log} 10^2} = \frac{\operatorname{Log} 10^0 - \operatorname{Log} 10^1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\operatorname{Log}_{100} 10^{-1} = -1 \cdot \operatorname{Log}_{100} 10 = -1 \cdot \operatorname{Log}_{100} \sqrt{100} = -1 \cdot \operatorname{Log}_{100} 100^{1/2} = -1 \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\operatorname{Log}_{100} 1 - \operatorname{Log}_{100} 10 = \operatorname{Log}_{100} 100^0 - \operatorname{Log}_{100} 100^{1/2} = 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

Referenties

Aan de slag, zelfstudiepakket Wiskunde: Voorkennis en opfrissing voor alle opleidingen, Module 'Rekenkunde'

Aan de slag, zelfstudiepakket Wiskunde: Voorkennis en opfrissing voor alle opleidingen, Module 'Veeltermen en vergelijkingen'

Bouts, R.A. & Franken, W.M. (2002). *Wiskunde voor statistiek: een voorbereiding*. Coutinho B.V., 189 p.

Flohr, R. (2007). *Basiswiskunde voor statistiek*. Amsterdam: Boom Uitgevers, 197 p.