

# Voortraject statistiek FSW

## Werkcollege 1.

Volgorde van bewerkingen

Distributiviteit

Breuken

# Ter oprissing: volgorde van bewerkingen

Bij wiskundige berekeningen is de volgorde waarin bewerkingen moeten worden uitgevoerd vastgelegd:

1. Haakjes
2. Machten en worteltrekking
3. Vermenigvuldiging en delen
4. Optellen en aftrekken

## Voorbeelden

$$\text{a. } 3 \cdot (5 + 4)^2 = 3 \cdot 9^2 = 3 \cdot 81 = 243$$

$$\text{b. } \frac{6 + 2 \cdot 7}{(6 - 2^3) \cdot 2} = \frac{6 + 14}{(6 - 8) \cdot 2} = \frac{20}{(-2) \cdot 2} = \frac{20}{-4} = -5$$

$$\text{c. } \frac{(1 + 3)^2 \cdot 4}{((2 + 3)^3 - 6^2) \cdot 3^0} = \frac{4^2 \cdot 4}{(5^3 - 6^2) \cdot 1} = \frac{16 \cdot 4}{125 - 36} = \frac{64}{89}$$

$$\text{d. } \frac{(\sqrt{3 \cdot 5 - 6})^3}{2 \cdot 3 + \sqrt{16}} = \frac{(\sqrt{15 - 6})^3}{6 + 4} = \frac{(\sqrt{9})^3}{10} = \frac{3^3}{10} = \frac{27}{10}$$

# Opdracht 1 – werk uit

a.  $8b / 4 + 12bd / 6d$

b.  $14pq / 7q - 20pq / -2q$

c.  $36ab - 8ab / -2 - 18ab$

d.  $10xy + 5x \cdot 3y - 12x$

e.  $51x / 17 - 3x \cdot 2$

f.  $18xy / 6x + 6y / 3$

g.  $20p - 15pq / 3q - 5p$

h.  $14n + (12mn / 6m) \cdot 2$

i.  $(18ab / 6a) \cdot b - 3$

j.  $[(9a \cdot 3c) / 9c] \cdot 3a$

## Oplossing:

a.  $4b$

b.  $12p$

c.  $22ab$

d.  $x(25y - 12)$

e.  $-3x$

f.  $5y$

g.  $10p$

h.  $18n$

i.  $3b^2 - 3 = 3(b^2 - 1) *$

j.  $9a^2$

\* Binnen het kader van dit voortraject zijn beide schrijfwijzen toegelaten.

# Opdracht 2 – distributiviteit

Werk de haakjes uit in de volgende opgaven met behulp van de distributieve eigenschap.

a.  $4(a + b) =$

b.  $5(2a - b) =$

c.  $2(-3a + 2b) =$

d.  $-3(2a - 5b) =$

e.  $-1(a - b - c) =$

f.  $-3(-7 + 2a) =$

g.  $3a(-b - c) =$

h.  $-b(a + c) =$

i.  $3(-b - a) =$

j.  $-2a(3 + 2) =$

## Oplossing:

a.  $4a + 4b$

b.  $10a - 5b$

c.  $-6a + 4b$

d.  $-6a + 15b$

e.  $-a + b + c$

f.  $21 - 6a$

g.  $-3ab - 3ac$

h.  $-ab - bc$

i.  $-3b - 3a$

j.  $-10a$

# Opdracht 3 – distributiviteit

Werk de haakjes uit in de volgende opgaven met behulp van de distributieve eigenschap.

a.  $(a + b)(2 + c) =$

b.  $(a + b)(c + d) =$

c.  $(a + b)(c - d) =$

d.  $(a - b)(c - d) =$

e.  $-(a - b)(c + d) =$

f.  $(3a + b)(2d + c) =$

g.  $(-2a - 3)(b - 4) =$

h.  $(a + 1)(a - 1) =$

i.  $(4a + 4)(4b + 4) =$

j.  $(-a - 2)(-b - 5) =$

## Oplossing:

a.  $2a + ac + 2b + bc$

b.  $ac + ad + bc + bd$

c.  $ac - ad + bc - bd$

d.  $ac - ad - bc + bd$

e.  $-ac - ad + bc + bd$

f.  $6ad + 3ac + 2bd + bc$

g.  $-2ab + 8a - 3b + 12$

h.  $a^2 - 1$

i.  $16ab + 16a + 16b + 16$

j.  $ab + 5a + 2b + 10$

# Opdracht 4 – distributiviteit

Breng een zo groot mogelijke factor buiten de haakjes.

a.  $3x + 9 =$

b.  $25a + 5 =$

c.  $13b^2 + b =$

d.  $-8a - 4 =$

e.  $-3xy + x =$

f.  $50a + 10b =$

g.  $-3a - 9 + 3b =$

h.  $4x^2 - 6x + 2 =$

i.  $5ab - abc =$

j.  $3y - 3x - 6z =$

## Oplossing:

a.  $3(x + 3)$

b.  $5(5a + 1)$

c.  $b(13b + 1)$

d.  $-4(2a + 1)$

e.  $-x(3y - 1)$

f.  $10(5a + b)$

g.  $-3(a + 3 - b)$

h.  $2(2x^2 - 3x + 1)$

i.  $ab(5 - c)$

j.  $3(y - x - 2z)$

# Opdracht 5 – distributiviteit

Pas de distributieve eigenschap toe op de volgende sommen:

a.  $3\left(a + \frac{4}{3}\right) =$

b.  $-\frac{1}{2}(4 - b) =$

c.  $2x(a + 5,5) =$

d.  $-2(m + n) =$

e.  $a(3 + x) =$

**Oplossing:**

a.  $3a + 4$

b.  $-2 + \frac{1}{2}b = \frac{1}{2}b - 2$

c.  $2ax + 11x$

d.  $-2m - 2n$

e.  $3a + ax$

# Opdracht 6 – distributiviteit

Breng van de volgende sommen een positieve factor buiten haakjes.

a.  $5m - 40 =$

b.  $5x - 35y =$

c.  $pq - qr =$

d.  $ax + bx - cx =$

## Oplossing:

a.  $5(m - 8)$

b.  $5(x - 7y)$

c.  $q(p - r)$

d.  $x(a + b - c)$



# Opdracht 7 – Breuken

Vereenvoudig.

a.  $\frac{11}{33} =$

b.  $\frac{8}{34} =$

c.  $\frac{8}{96} =$

d.  $\frac{65}{91} =$

e.  $\frac{17}{85} =$

f.  $\frac{16}{60} =$

g.  $\frac{56}{63} =$

h.  $\frac{36}{144} =$

i.  $\frac{14}{98} =$

j.  $\frac{125}{175} =$

Oplossing:

a.  $\frac{1}{3}$

b.  $\frac{4}{17}$

c.  $\frac{1}{12}$

d.  $\frac{5}{7}$

e.  $\frac{1}{5}$

f.  $\frac{4}{15}$

g.  $\frac{8}{9}$

h.  $\frac{1}{4}$

i.  $\frac{1}{7}$

j.  $\frac{5}{7}$

# Opdracht 8 – Breuken

Bereken.

a.  $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} =$

b.  $\frac{2}{3} + \frac{5}{8} =$

c.  $\frac{4}{7} + \frac{2}{5} =$

d.  $\frac{3}{11} + \frac{3}{4} =$

e.  $\frac{5}{9} + \frac{1}{8} =$

f.  $\frac{7}{10} - \frac{2}{5} =$

g.  $\frac{3}{14} - \frac{1}{7} =$

h.  $\frac{7}{16} - \frac{1}{2} =$

i.  $\frac{5}{6} - \frac{7}{8} =$

j.  $\frac{2}{9} - \frac{2}{3} =$

Oplossing:

a.  $\frac{5}{12}$

b.  $\frac{31}{24} = 1 + \frac{7}{24}$

c.  $\frac{34}{35}$

d.  $\frac{45}{44} = 1 + \frac{1}{44}$

e.  $\frac{49}{72}$

f.  $\frac{3}{10}$

g.  $\frac{1}{14}$

h.  $-\frac{1}{16}$

i.  $-\frac{1}{24}$

j.  $-\frac{4}{9}$

# Opdracht 9 – Breuken

Bereken.

a.  $\frac{4}{5} / \frac{5}{4} =$

b.  $\frac{3}{7} / \frac{14}{18} =$

c.  $\frac{2}{3} / \frac{1}{4} =$

d.  $\frac{7}{9} / \frac{2}{3} =$

e.  $\frac{3}{11} / \frac{22}{27} =$

f.  $\frac{32}{7} / 2 =$

g.  $\frac{53}{12} / \frac{19}{6} =$

h.  $\frac{15}{4} / \frac{19}{4} =$

i.  $\frac{7}{18} / \frac{14}{27} =$

j.  $\frac{12}{7} / \frac{4}{14} =$

Oplossing:

a.  $\frac{16}{25}$

b.  $\frac{27}{49}$

c.  $\frac{8}{3}$

d.  $\frac{7}{6}$

e.  $\frac{81}{242}$

f.  $\frac{16}{7}$

g.  $\frac{53}{38}$

h.  $\frac{15}{19}$

i.  $\frac{189}{252} = \frac{3}{4}$

↑  
teller & noemer  
delen door 63

j. 6

# Opdracht 10 – Breuken

Bereken.

$$\text{a. } \frac{1}{3} + \frac{1}{2} / \frac{1}{6} =$$

$$\text{b. } \left( \frac{2}{3} / \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{3}{7} =$$

$$\text{c. } \frac{1}{12} - \frac{3}{4} / \frac{1}{2} =$$

$$\text{d. } \frac{1}{15} / \left( 3 \cdot \frac{1}{5} \right) =$$

$$\text{e. } \frac{3}{7} + \frac{2}{14} / \frac{7}{8} =$$

Oplossing:

$$\text{a. } \frac{10}{3}$$

$$\text{b. } \frac{8}{7}$$

$$\text{c. } -\frac{17}{12}$$

$$\text{d. } \frac{5}{45} = \frac{1}{9}$$

$$\text{e. } \frac{29}{49}$$

# Opdracht 11 – Breuken

Bereken.

$$\text{a. } \left( \frac{3}{5} / \frac{2}{7} \right) \cdot \frac{1}{3} =$$

$$\text{b. } \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$\text{c. } \frac{4}{6} - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$\text{d. } \frac{1}{2} / \frac{1}{15} - \frac{4}{5} =$$

$$\text{e. } \frac{3}{7} \cdot \frac{21}{30} + \frac{1}{10} =$$

Oplossing:

$$\text{a. } \frac{7}{10}$$

$$\text{b. } \frac{10}{9}$$

$$\text{c. } \frac{7}{12}$$

$$\text{d. } \frac{67}{10}$$

$$\text{e. } \frac{2}{5}$$

# Opdracht 12 – Breuken

Werk uit.

a. De helft van  $\frac{4a}{6} =$

b.  $\frac{4 + 4\sqrt{6}}{4} =$

c.  $\frac{2}{3} - \frac{4}{5} =$

d.  $x + \frac{x}{3} =$

e.  $\frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)} + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{3} =$

f.  $\frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{2}{5} =$

g.  $\frac{a}{b} - b =$

h.  $\frac{4}{3} / \frac{9}{7} =$

i.  $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{4}{5} =$

j.  $\frac{3x}{7} + 7x =$

Uit: [Aan de slag](#), zelfstudiepakket Wiskunde, Module 'Rekenkunde' (sectie 2.4)

# Opdracht 12 – uitwerkingen (1)

$$\text{a. } \frac{1}{2} \cdot \frac{4a}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a}{3} = \frac{2a}{2 \cdot 3} = \frac{a}{3}$$

$$\text{b. } \frac{4 + 4\sqrt{6}}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4}\sqrt{6} = 1 + \sqrt{6}$$

$$\text{c. } \frac{2}{3} - \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 5}{15} - \frac{4 \cdot 3}{15} = \frac{10 - 12}{15} = -\frac{2}{15}$$

$$\text{d. } x + \frac{x}{3} = \frac{3x}{3} + \frac{x}{3} = \frac{3x + x}{3} = \frac{4x}{3}$$

$$\text{e. } \frac{1}{\frac{2}{3}} + \frac{2}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} + \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{2} + \frac{1}{6} = \frac{9}{6} + \frac{1}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

Uit: [Aan de slag](#), zelfstudiepakket Wiskunde, Module 'Rekenkunde' (sectie 3.4)

## Opdracht 12 – uitwerkingen (2)

$$f. \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{2} + \frac{8}{5} = \frac{5}{10} + \frac{16}{10} = \frac{21}{10}$$

$$g. \frac{a}{b} - b = \frac{a}{b} - \frac{b^2}{b} = \frac{a - b^2}{b}$$

$$h. \frac{4}{3} / \frac{9}{7} = \frac{4}{3} \cdot \frac{7}{9} = \frac{28}{27}$$

$$i. \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 5}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{4 \cdot 3 \cdot 4}{3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{40}{60} + \frac{15}{60} + \frac{48}{60} = \frac{103}{60}$$

$$j. \frac{3x}{7} + 7x = \frac{3x}{7} + \frac{49x}{7} = \frac{52x}{7}$$

Uit: [Aan de slag](#), zelfstudiepakket Wiskunde, Module 'Rekenkunde' (sectie 3.4)



# Opdracht 13 – Breuken

Schrijf de volgende uitdrukkingen als één breuk en zo eenvoudig mogelijk.

a.  $\frac{3}{x} + \frac{4}{3x} =$

b.  $\frac{2}{x} + \frac{1}{x-1} =$

c.  $\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3} =$

d.  $\frac{x+2}{x} + \frac{1}{x+2} =$

e.  $\frac{7-x}{3} - \frac{2}{4x} =$

f.  $\frac{x-1}{2} + \frac{5}{x+3} =$

**Oplossing:**

a.  $\frac{13}{3x}$

b.  $\frac{3x-2}{x^2-x}$

c.  $\frac{x^2+2x+3}{x^3}$

d.  $\frac{x^2+5x+4}{x^2+2x}$

e.  $\frac{14x-2x^2-3}{6x}$

f.  $\frac{x^2+2x+7}{2x+6}$

# Opdracht 13 – uitwerkingen

$$\text{a. } \frac{3}{x} + \frac{4}{3x} = \frac{3 \cdot 3}{3x} + \frac{4}{3x} = \frac{9+4}{3x} = \frac{13}{3x}$$

$$\text{b. } \frac{2}{x} + \frac{1}{x-1} = \frac{2(x-1)}{x(x-1)} + \frac{x}{x(x-1)} = \frac{2x-2+x}{x^2-x} = \frac{3x-2}{x^2-x}$$

$$\text{c. } \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3} = \frac{x^2}{x^3} + \frac{2x}{x^3} + \frac{3}{x^3} = \frac{x^2+2x+3}{x^3}$$

$$\text{d. } \frac{x+2}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{(x+2)^2}{x(x+2)} + \frac{x}{x(x+2)} = \frac{x^2+4x+4+x}{x^2+2x} = \frac{x^2+5x+4}{x^2+2x}$$

$$\text{e. } \frac{7-x}{3} - \frac{2}{4x} = \frac{(7-x) \cdot 4x}{3 \cdot 4x} - \frac{2 \cdot 3}{4x \cdot 3} = \frac{28x-4x^2-6}{12x} = \frac{2(14x-2x^2-3)}{2 \cdot 6x} = \frac{14x-2x^2-3}{6x}$$

$$\text{f. } \frac{x-1}{2} + \frac{5}{x+3} = \frac{(x-1)(x+3)}{2(x+3)} + \frac{5 \cdot 2}{2(x+3)} = \frac{x^2-x+3x-3+10}{2x+6} = \frac{x^2+2x+7}{2x+6}$$

# Opdracht 14 – Breuken

Vereenvoudig zo veel mogelijk.

$$\text{a. } \frac{8x + 24}{16} =$$

$$\text{b. } \frac{x^2 - 5x}{3x} =$$

$$\text{c. } \frac{x^3 + 6x^2}{x^2} =$$

$$\text{d. } \frac{8x}{16 + 8x} =$$

$$\text{e. } \frac{5x - 10}{8x - 16} =$$

$$\text{f. } \frac{2x^2 - 8x}{12x + 2x^3} =$$

Oplossing:

$$\text{a. } \frac{x + 3}{2}$$

$$\text{b. } \frac{x - 5}{3}$$

$$\text{c. } x + 6$$

$$\text{d. } \frac{x}{2 + x}$$

$$\text{e. } \frac{5}{8}$$

$$\text{f. } \frac{x - 4}{6 + x^2}$$

# Opdracht 14 – uitwerkingen

$$\text{a. } \frac{8x + 24}{16} = \frac{8(x + 3)}{8 \cdot 2} = \frac{x + 3}{2}$$

$$\text{b. } \frac{x^2 - 5x}{3x} = \frac{x(x - 5)}{3x} = \frac{x - 5}{3}$$

$$\text{c. } \frac{x^3 + 6x^2}{x^2} = \frac{x^2(x + 6)}{x^2} = x + 6$$

$$\text{d. } \frac{8x}{16 + 8x} = \frac{8x}{8(2 + x)} = \frac{x}{2 + x}$$

$$\text{e. } \frac{5x - 10}{8x - 16} = \frac{5(x - 2)}{8(x - 2)} = \frac{5}{8}$$

$$\text{f. } \frac{2x^2 - 8x}{12x + 2x^3} = \frac{2x(x - 4)}{2x(6 + x^2)} = \frac{x - 4}{6 + x^2}$$

# Opdracht 15 – Breuken

Schrijf de breuken zo dat er in teller en noemer geen breuken meer staan.

$$\text{a. } \frac{6 - \frac{3}{x}}{\frac{x}{2} - 5} =$$

$$\text{b. } \frac{x + \frac{2}{x}}{\frac{5}{x} - x} =$$

$$\text{c. } \frac{5 + \frac{2}{x-1}}{x} =$$

$$\text{d. } \frac{4x + \frac{3}{x}}{\frac{5}{x^2} - x} =$$

$$\text{e. } \frac{\frac{3}{x} - \frac{4}{x^2}}{\frac{4x}{7}} =$$

$$\text{f. } \frac{\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}}{\frac{\sqrt{x}}{3} - 2} =$$

$$\text{g. } \frac{2x + \frac{x}{4-x}}{\frac{x}{3}} =$$

$$\text{h. } \frac{\frac{2}{x} + \frac{x}{4}}{\frac{2x}{5} - 3} =$$

# Opdracht 15 – uitwerkingen (1)

$$\text{a. } \frac{6 - \frac{3}{x}}{\frac{x}{2} - 5} = \frac{6x - 3}{\frac{x^2}{2} - 5x} = \frac{12x - 6}{x^2 - 10x}$$

$$\text{b. } \frac{x + \frac{2}{x}}{\frac{5}{x} - x} = \frac{x^2 + 2}{5x - x^2} = \frac{x^2 + 2}{5 - x^2}$$

$$\text{c. } \frac{5 + \frac{2}{x-1}}{x} = \frac{5(x-1) + 2}{x(x-1)} = \frac{5x - 5 + 2}{x^2 - x} = \frac{5x - 3}{x^2 - x}$$

$$\text{d. } \frac{4x + \frac{3}{x}}{\frac{5}{x^2} - x} = \frac{4x^2 + 3}{\frac{5x}{x^2} - x^2} = \frac{4x^3 + 3x}{5 - x^3}$$

# Opdracht 15 – uitwerkingen (2)

$$e. \frac{\frac{x^3}{4x} - \frac{x^2}{x^2}}{7} = \frac{3x - 4}{4x^3} = \frac{21x - 28}{4x^3}$$

$$f. \frac{\frac{\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} - 2}{3} = \frac{\frac{x + 2}{x} - 2\sqrt{x}}{3} = \frac{3x + 6}{x - 6\sqrt{x}}$$

$$g. \frac{2x + \frac{x}{4-x}}{\frac{x}{3}} = \frac{2x(4-x) + x}{x(4-x)} = \frac{6x(4-x) + 3x}{x(4-x)} = \frac{24x - 6x^2 + 3x}{4x - x^2} = \frac{27x - 6x^2}{4x - x^2}$$

$$h. \frac{\frac{2}{x} + \frac{x}{4}}{\frac{2x}{5} - 3} = \frac{2 + \frac{x^2}{4}}{\frac{2x^2}{5} - 3x} = \frac{8 + x^2}{\frac{8x^2}{5} - 12x} = \frac{40 + 5x^2}{8x^2 - 60x}$$

# Referenties

Aan de slag, zelfstudiepakket Wiskunde: Voorkennis en opfrissing voor alle opleidingen, Module 'Rekenkunde'

Bouts, R.A. & Franken, W.M. (2002). *Wiskunde voor statistiek: een voorbereiding*. Coutinho B.V., 189 p.

Flohr, R. (2007). *Basiswiskunde voor statistiek*. Amsterdam: Boom Uitgevers, 197 p.