

400 JAAR MECHANISCHE REKENMACHINES

Aan de Universiteit Antwerpen loopt nog tot 6 september een tentoonstelling gewijd aan 400 jaar mechanische rekenmachines. In dit artikel kun je lezen wat je daar zoal kunt verwachten.

door **Paul Levrie, Erwin Smet** en **Christophe Vande Velde**

We zijn in het begin van de zeventiende eeuw, een tijd van grote astronomen, zoals Tycho Brahe en Johannes Kepler. Astronoom zijn was toen op één welbepaald vlak moeilijker dan nu: het rekenen. Natuurlijk waren er nog geen computers, maar dat was niet het enige probleem. Er was toen ook nog geen decimale voorstelling van getallen voorhanden, de berekeningen gebeurden allemaal met breuken, en dus met de hand. Ook de logaritme, het hulpmiddel bij uitstek bij zware berekeningen, was nog niet uitgevonden door John Napier. Die deed dat pas in 1617. En ongeveer toen, ook dankzij Simon Stevin, geraakte alles in een stroomversnelling. In 1623 al was er de eerste mechanische rekenmachine, speciaal ontworpen voor Kepler door Wilhelm Schickard, een collega-astronoom. Het was het eerste rekentoestel met geautomatiseerde 'overdrachten'.

REKENEN EN GETALNOTATIE

Hoe vermenigvuldig je twee getallen voorgesteld met behulp van Romeinse cijfers? Bijvoorbeeld 84×96 , of dus:

$$LXXXIV \times XCVI = ?$$

Probeer het zeker eens, het is niet eenvoudig. Het grote voordeel van onze huidige notatie 84×96 , is dat de plaats van een cijfer in het getal informatie geeft over de waarde van het cijfer. Het is een positie-talstelsel, en dat maakt het vermenigvuldigen gemakkelijk. De manier waarop wij getallen voorstellen, geraakte pas wijdverspreid in deze streken tegen het einde van de 16^e eeuw, vooral dankzij de Brugse wiskundige Simon Stevin.

Ook de cijfers zelf waarmee we getallen voorstellen, dus de 0 1 2 3 4 5 6 7 8 en 9, de zogenaamde Indo-Arabische cijfers, raakten maar vanaf het jaar 1000 geleidelijk

aan bekend in West-Europa en de grote doorbraak ervan kwam pas na de uitvinding van de boekdrukkunst door Johannes Gutenberg in 1450, in Duitsland.

Vóór die tijd was rekenen in feite gewoon tellen en daarvoor waren hulpmiddelen beschikbaar, o.a. abaci (telramen) en rekenbladen. In figuur 1 zie je een Japanse abacus (Soroban) uit de vorige eeuw. De Chinese voorganger hiervan is veel ouder en dateert al van tijdens de Han-dynastie (206 v.Chr. - 220 n.Chr.).



Figuur 1

Ook de kommavoorstelling van getallen, zoals wij die nu nog steeds gebruiken, was nog niet zo lang in voege bij het begin van de 17^e eeuw. Berekeningen met niet-gehele getallen gebeurden door de getallen als breuken te schrijven en dan verder via rekenen met breuken. En zoals we allemaal weten is rekenen met breuken vaak een hele klus.

DE ASTRONOOM JOHANNES KEPLER

We zijn in 1617. Johannes Kepler had in 1609 al twee van zijn drie wetten van de planeetbewegingen afgeleid en dit op basis van meetgegevens van zijn leermeester, de Deense astronoom Tycho Brahe. Hij had hiervoor al veel berekeningen met de hand moeten doen, en begon dat waarschijnlijk stilletjes aan beu te worden. In 1617 vinden we Kepler terug in Tübingen (Duitsland) waar hij verblijft om zijn moeder te verdedigen, die daar terechtstaat als heks. Daar raakt hij bevriend met Wilhelm

Schickard, ook een astronoom. Enkele jaren later, in 1623 (Keplers moeder is ondertussen vrijgesproken) krijgt Kepler een brief van Schickard waarin deze hem meedeelt dat hij speciaal voor hem een mechanische rekenmachine heeft ontworpen om zijn rekenwerk te verlichten. Deze brief bevat ook schetsen van de machine, en op basis hiervan en de brief van Schickard aan de constructeur van de machine, zijn een aantal replica's gemaakt van wat nu **de rekenklok van Schickard** wordt genoemd. In figuur 2 zie je voor- en achterkant van een replica gemaakt door Werner Starzl.

DE REKENKLOK VAN WILHELM SCHICKARD

Deze indrukwekkende machine kan optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Het bovenste gedeelte dient voor het vermenigvuldigen van getallen. Dat deel maakt gebruik van Neperse staafjes, een uitvinding van John Napier, die ons toelaten om snel een getal te vermenigvuldigen met de cijfers van 0 tot 9. Een vermenigvuldiging zoals bijvoorbeeld 314×825 wordt dan in drie keer gedaan: $314 \times 5 = 1570$ via de Neperse staafjes, en het tussenresultaat 1570 wordt via de vier meest rechtse ronde knoppen opgeslagen. Dan doe je op dezelfde manier $314 \times 2 = 628$. Dit geeft tientallen, dus telt mee voor 6280. Opnieuw aan de vier rechtse knoppen draaien en dit tussenresultaat wordt automatisch opgeteld bij het vorige. Laatste stap: $314 \times 8 = 2512$ honderdtallen, dus 251200, optellen bij het vorige resultaat via de zes ronde knoppen. De nodige overdrachten tijdens het optellen vinden automatisch van bijvoorbeeld tientallen naar honderdtallen plaats, en het resultaat kan je dan aflezen in een display die



Figuur 2

zich boven de ronde knoppen bevindt. Zie figuur 3, waar je ook het inwendige telmechanisme van de machine kan zien.



Figuur 3

Het spectaculair vernieuwende aan de machine is dat de 'overdrachten' volautomatisch plaatsvinden, dankzij een ingenieus mechanisme met tandwielen. Een overdracht heb je als de som van twee cijfers 10 is of meer, en je dus een 1 moet onthouden en moet optellen bij de decimale positie één plaats meer naar links. Dus als je met de ronde knoppen 7 en 8 moet optellen, dan draai je eerst 7 en dan 8 met de rechtse knop, en draait de linksgelegen knop automatisch naar de stand 1, zodat je uiteindelijk op 15 uitkomt.

Wilhelm Schickard had eerst een rekenklok laten bouwen voor zichzelf, en dan eentje voor Kepler. Dit laatste exemplaar is in de werkplaats bij een brand verloren gegaan, zodat Kepler het nooit heeft kunnen gebruiken. Wat er met het originele exemplaar van Schickard is gebeurd, is onduidelijk.

DE GESCHIEDENIS VAN DE MECHANISCHE REKENMACHINE

Zo begint de geschiedenis van de mechanische rekenmachine. Het speciale mechanisme van de rekenklok waarmee de overdrachten gebeurden, werkte niet zo goed, en werd in de loop der jaren verbeterd. De Franse filosoof en wiskundige Blaise Pascal (1623-1662) was de eerste die dat deed, in 1642. Pascal wist niets van de rekenklok van Schickard, maar ontwikkelde zelf, 19 jaar oud, een rekenmachine, nu de Pascaline genoemd. De machine kon enkel optellen en aftrekken, maar had nogal wat succes. Pascal liet tussen de 20 en de

50 Pascalines bouwen, waarvan er, voor zover we weten, nu nog negen over zijn. In 1671 verbeterde De Duitse filosoof en wiskundige Gottfried Leibniz (1646-1716) de machine van Pascal: de Leibnizmachine kon ook vermenigvuldigen en delen. Van zijn machine zijn in die tijd drie prototypes gebouwd, waarvan er nog een te zien is in Hannover (Duitsland). In figuur 4 zie je een replica uit het Arithmeum in Bonn (Duitsland).



Figuur 4



Figuur 5

De werking van de machine van Leibniz is gebaseerd op de zgn. Leibnizcilinder, een cilinder met op de omtrek axiale tanden met variabele lengte (figuur 5). In de loop der eeuwen zijn er ook andere rekenmechanismen ontwikkeld, waarvan het penwiel (wiel-tje met instelbaar aantal tanden) misschien wel het bekendst is (figuur 6).



Figuur 6

VERMENIGVULDIGEN MET EEN PENWIELMACHINE

In Figuur 7 zie je een afbeelding van een klassieke penwielmachine van het merk Odhner.



Figuur 7

We noemen het gedeelte met de twee displays de wagen. Dit deel kan naar rechts en links verschoven worden met behulp van de twee zwarte knoppen onderaan. Twee getallen met elkaar vermenigvuldigen gebeurt nu als volgt. Stel we willen 523×31 berekenen. We stellen het getal 523 in via de penwielen in het witte kader. Het verschijnt in het display bovenaan (figuur 8 links).



Figuur 8

Vermenigvuldigen met 31 kan door de hendel rechts bovenaan 31 slagen te draaien maar dat kan eenvoudiger als volgt: de hendel 1 slag draaien komt overeen met een vermenigvuldiging van 523 met 1. Dit tussenresultaat verschijnt in de display onderaan (figuur 8 links). Door de wagen een kolom naar rechts te verplaatsen (figuur 8 midden) en dan de hendel 3 slagen te draaien, wordt bij het vorige tussenresultaat 523×30 opgeteld (figuur 8 rechts).

VIERKANTSWORTELS TREKKEN MET EEN MECHANISCHE REKENMACHINE

Door de jaren heen, mede dankzij de technologische vooruitgang, kregen de rekenmachines meer mogelijkheden. Een voorbeeld hiervan is het toestel in figuur 9, de Friden SRW uit 1952, dat naast optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen ook volautomatisch wortels kan trekken. Volautomatisch, dus met één druk op de knop.



Figuur 9

En dat allemaal met een algoritme dat heel eenvoudig is en waarvoor je enkel moet kunnen optellen en aftrekken: het algoritme van Toepler (1866), speciaal ontworpen voor zo'n mechanische rekenmachine (zie tekstkader, volgende pagina).



DE METHODE VAN TOEPLER

(PROF. TOEPLER'S VERFAHREN DER WURZELAUSSZIEHUNG)

Dit algoritme is gebaseerd op het feit dat elk kwadraat te schrijven is als de som van opeenvolgende oneven getallen beginnend vanaf 1:

$$1^2 = 1$$

$$2^2 = 1 + 3$$

$$3^2 = 1 + 3 + 5$$

$$4^2 = 1 + 3 + 5 + 7$$

$\vdots$

$$a^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2a - 1)$$

Merk op dat het aantal termen in de som precies het rangnummer geeft van het kwadraat! Stel dat we de wortel x willen berekenen van 135683,00.

Stap 1

Omdat de kwadraten van de getallen van 1 tot 9 ten hoogste uit 2 cijfers bestaan, verdelen we de cijfers van het gegeven getal in groepjes van 2, startend vanaf de komma: 13 56 83, 00.

Stap 2

Kijk naar het eerste groepje cijfers: 13. We trekken daar zoveel mogelijk opeenvolgende oneven getallen van af, te beginnen bij 1 zonder onder 0 te gaan:

$$13 - 1 - 3 - 5 = 4.$$

Het zijn er 3, en we weten daardoor dat x begint met het cijfer 3.

Stap 3

We bekijken nu de twee eerste groepjes cijfers: 13 56, en gaan op zoek naar het grootste kwadraat dat daarin past. Uit de eerste stap weten dat dit getal van de vorm $(30 + a)^2 = 900 + 60a + a^2$ is. Of nog, we zoeken de grootste a waarvoor $60a + a^2$ past in 4 56 = 13 56 - 9 00. Opnieuw trekken we hiervoor zoveel mogelijk opeenvolgende oneven getallen af en we beginnen hierbij met het eerste oneven getal na 60 (= 2×30):

$$456 - 61 - 63 - 65 - 67 - 69 - 71 = 60.$$

Zes oneven getallen, dus $a = 6$. De verklaring hiervoor is de volgende: de som van de a eerste oneven getallen volgend op 60 is gelijk aan:

$$(60 + 1) + (60 + 3) + (60 + 5) + \dots + (60 + 2a - 1) = 60a + a^2$$

Het tweede cijfer van x is dus gelijk aan 6.

Stap 4

De volgende stap gebeurt op dezelfde manier. We zoeken het grootste kwadraat van de vorm $(360 + b)^2 = 360^2 + 720b + b^2$ dat kleiner is dan 13 56 83, of nog de grootste b waarvoor $720b + b^2$ kleiner is dan $13\ 56\ 83 - 360^2 = 6083$ en nu beginnen we dus met het eerste oneven getal groter dan 720 (= 2×360):

$$6083 - 721 - 723 - 725 - 727 - 729 - 731 - 733 - 735 = 159$$

Acht getallen, dus het derde cijfer van x is een 8. Enzovoorts.

Het algoritme werkt dan praktisch als volgt voor 13 56 83,00:

$$13 - 1 - 3 - 5 = 4$$

We werken verder met 4 56. Het eerste cijfer van x is 3. $2 \times 30 = 60$:

$$456 - 61 - 63 - 65 - 67 - 69 - 71 = 60$$

We werken verder met 60 83. De eerste twee cijfers van x zijn 36. $2 \times 360 = 720$:

$$6083 - 721 - 723 - 725 - 727 - 729 - 731 - 733 - 735 = 259$$

We werken verder met 259 00. De eerste drie cijfers van x zijn 368. $2 \times 3680 = 7360$:

$$25900 - 7361 - 7363 - 7365 = 3811$$

Het eerste cijfer na de komma van x is 3.

We stoppen hier en besluiten:
 $\sqrt{135683} \approx 368,3$.

TENTOONSTELLING 400 JAAR MECHANISCH REKENEN

Nog tot 6 september 2024 loopt aan de Universiteit Antwerpen een tentoonstelling naar aanleiding van deze verjaardag. Je bent daar elke werkdag van harte welkom tijdens de werkuren!

Dit algoritme is (door mensen) bijzonder makkelijk toe te passen op een mechanische rekenmachine – men trekt van de eerste twee cijfers van het kwadraat achtereenvolgens alle oneven getallen af, tot het resultaat negatief wordt. Men maakt dan een correctie voor het laatst afgetrokken oneven getal, vermindert het laatst afgetrokken oneven getal met één, en verplaatst de wagen naar links. Nu gaat men in de volgende positie van de instelling verder met het aftrekken van de volgende reeks oneven getallen, tot het resultaat negatief is, gevolgd door een correctie, het in de instelling met één verminderen van het laatst afgetrokken getal, de wagen wordt weer verplaatst, enzovoort.

Er bestonden wortelautomaten die op precies deze manier werkten. Maar om dit volledig mechanisch en automatisch te realiseren was het algoritme aan de ingewikkelde kant. Het kan echter ook veel rechtlijniiger gemaakt worden. De Friden SRW wortelautomaat doet dit door het kwadraat eerst te vermenigvuldigen met 5. Dit heeft als voordeel dat het dubbele product in de berekeningen in het tekstkader i.p.v. een factor 20 nu steeds een factor 100 heeft en een vermenigvuldiging met 100 kan worden uitgevoerd door gewoon de wagen te verplaatsen.

HET EINDE VAN DE MECHANISCHE REKENMACHINES

Mechanische rekenmachines bleven in gebruik tot in de jaren zestig van de vorige eeuw. De opkomst van de elektronische rekenmachines en van de computer zorgde voor een abrupt einde: de bedrijven die de rekenmachines maakten, gingen bijna allemaal failliet. Hun voorraden geraakten niet meer verkocht, en je kan zelfs nu nog mechanische rekenmachines van die periode kopen die nog in hun originele verpakking zitten.



Arithmomètre van
Thomas de Colmar
1881

Odhner
Arithmometer
1889



Comptometer
ca. 1900

Curta type I
1955

